



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

# Ανάμειξη Παραγοντικών Σχεδιασμών $2^k$

Κατσιλέρος Αναστάσιος

2018

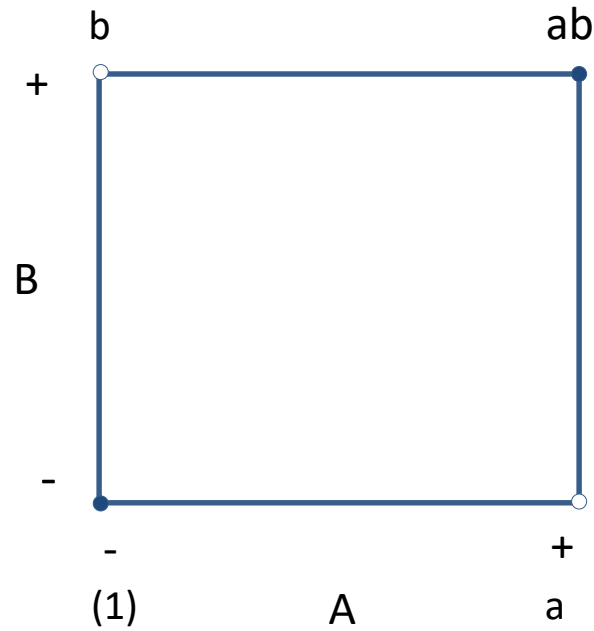
### Ανάμειξη πειραματικού σχεδιασμού $2^k$

Η ανάμειξη (confounding) είναι μια μέθοδος σχεδιασμού με την οποία οι συνδυασμοί των επεμβάσεων ενός παραγοντικού πειράματος τοποθετούνται σε μη πλήρεις ομάδες.

Με την τεχνική αυτή κάποιες επιδράσεις (συνήθως αλληλεπιδράσεις υψηλής τάξης) δεν μπορούν να διαχωριστούν από την επίδραση των ομάδων αλλά αναμειγνύονται με αυτές.

Με την ανάμειξη ένας παραγοντικός σχεδιασμός  $2^k$  έχει  $2^p$  μη πλήρεις ομάδες ( $p < k$ ), με μέγεθος ομάδας  $2^{k-p}$ , όπου για το σχηματισμό των ομάδων αναμειγνύονται  $p$  επιδράσεις-αλληλοεπιδράσεις. Κατά συνέπεια, αυτά τα σχέδια μπορούν να έχουν δύο ομάδες ( $p=1$ ), τέσσερις ( $p=2$ ), οκτώ ( $p=3$ ) και ούτω καθεξής.

## Παραγοντικός σχεδιασμός $2^2$ σε δύο μη πλήρεις ομάδες



- = ομάδα 1
- = ομάδα 2

Ομάδα 1	Ομάδα 2
(1)	a
ab	b

## Πρόσημα επιδράσεων στο 2<sup>2</sup> σχεδιασμό

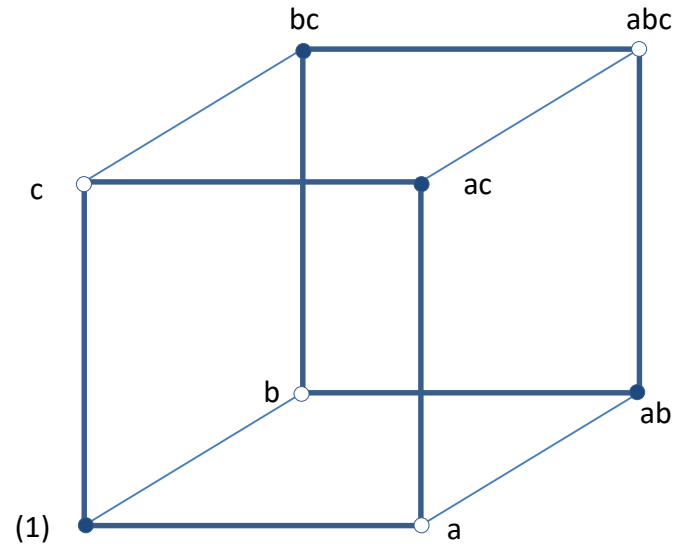
Συνδυασμοί επεμβάσεων		Παραγοντική επίδραση				Ομάδα
		I	A	B	AB	
--	(1)	+	-	-	+	1
+-	a	+	+	-	-	2
-+	b	+	-	+	-	2
++	ab	+	+	+	+	1

$$A = \frac{1}{2}(-(-1) + a - b + ab) \quad B = \frac{1}{2}(-(-1) - a + b + ab)$$

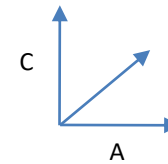
$$\text{Ομάδες} = \frac{1}{2}((1) - a - b + ab) = AB$$

Οι επιδράσεις A και το B δεν επηρεάζονται από τις ομάδες, επειδή σε κάθε εκτίμηση υπάρχει ένα συν και ένα μείον συνδυασμού από κάθε ομάδα και συνεπώς οποιαδήποτε διαφορά μεταξύ ομάδων έχει ακυρωθεί, ενώ η επίδραση των ομάδων είναι όμοια με την αλληλεπίδραση AB, δηλαδή η AB αναμειγνύεται με τις ομάδες.

## Παραγοντικός σχεδιασμός $2^3$ σε δύο μη πλήρεις ομάδες



● = ομάδα 1  
○ = ομάδα 2



Ομάδα 1	Ομάδα 2
(1)	a
ab	b
ac	c
bc	abc



## Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

Μία άλλη μέθοδος για τον σχηματισμό των ομάδων χρησιμοποιεί την ορίζουσα αντίθεση, η οποία δίνεται από το γραμμικό συνδυασμό:

$$L = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_k x_k$$

όπου  $x_i$  = είναι το επίπεδο που εμφανίζεται ο  $i$  παράγοντας σε ένα συνδυασμό επεμβάσεων.

$a_i$  = ο εκθέτης που εμφανίζεται στον  $i$  παράγοντα στην επίδραση που έχει αναμειχθεί, το  $a_i$  παίρνει τιμές από 0 μέχρι  $k - 1$ , όπου  $k$  ο αριθμός των παραγόντων.

Για το  $2^k$  το  $a$  θα παίρνει τιμές 0 ή 1 και το  $x_i = 0$  (κατώτερο επίπεδο) ή  $x_i = 1$  (ανώτερο επίπεδο). Οι συνδυασμοί επεμβάσεων που δίνουν την ίδια τιμή του  $L$  (modulo 2) κατατάσσονται στην ίδια ομάδα. Επειδή οι πιθανές τιμές του  $L$  είναι 0 και 1, η διαδικασία θα κατατάξει τους συνδυασμούς σε δύο ομάδες.

## Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

Στο παράδειγμα με το πειραματικό σχεδιασμό  $2^3$ , θα αναμείξουμε την επίδραση ABC με τις ομάδες.

Το  $x_1$  θα αντιστοιχεί στο A,  $x_2$  στο B και  $x_3$  στο C και  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$ . Επομένως η ορίζουσα είναι:

$$L = x_1 + x_2 + x_3$$

Ο συνδυασμός (1) γράφεται (0), (0), (0) στο σύστημα (0, 1) και συνεπώς:

$$L = 1(0) + 1(0) + 1(0) = 0 = 0 \text{ (modulo 2)}$$

Ο συνδυασμός a γράφεται (1), (0), (0):

$$L = 1(1) + 1(0) + 1(0) = 1 = 1 \text{ (modulo 2)}$$

Επομένως (1) και a ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες.

$$b : L = 1(0) + 1(1) + 1(0) = 1 = 1 \text{ (modulo 2)}$$

$$ab : L = 1(1) + 1(1) + 1(0) = 2 = 0 \text{ (modulo 2)}$$

$$c : L = 1(0) + 1(0) + 1(1) = 1 = 1 \text{ (modulo 2)}$$

$$ac : L = 1(1) + 1(0) + 1(1) = 2 = 0 \text{ (modulo 2)}$$

$$bc : L = 1(0) + 1(1) + 1(1) = 2 = 0 \text{ (modulo 2)}$$

$$abc : L = 1(1) + 1(1) + 1(1) = 3 = 1 \text{ (modulo 2)}$$



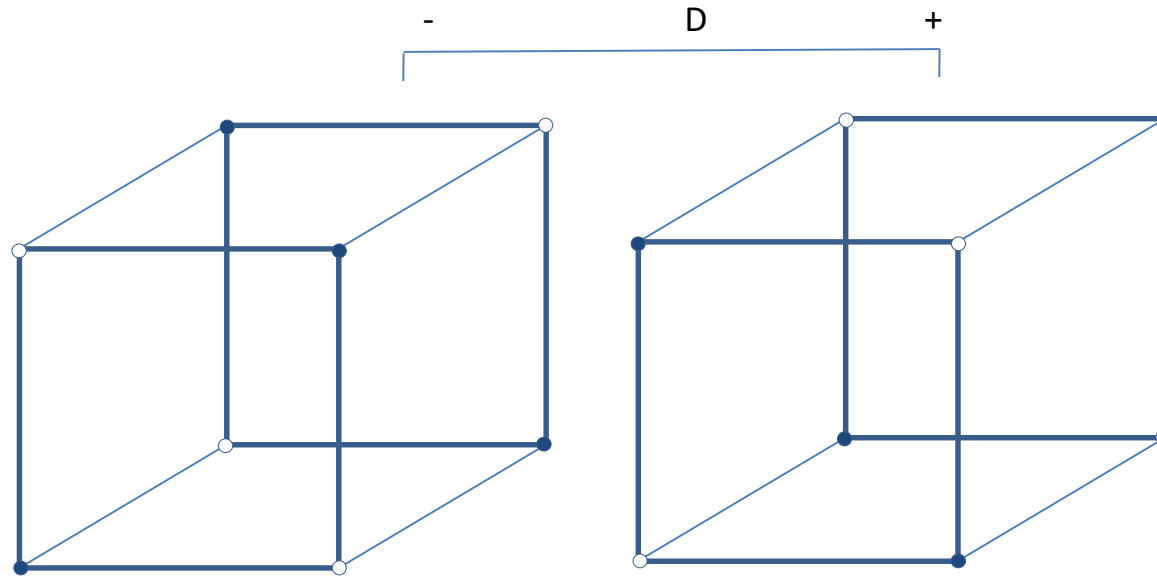
# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

## Τέσσερις επαναλήψεις του σχεδίου $2^3$ με ανάμειξη της ABC

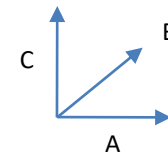
Επανάληψη 1		Επανάληψη 2		Επανάληψη 3		Επανάληψη 4	
Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 1	Ομάδα 2
(1)	a	(1)	a	(1)	a	(1)	a
ab	b	ab	b	ab	b	ab	b
ac	c	ac	c	ac	c	ac	c
bc	abc	bc	abc	bc	abc	bc	abc

Πηγή παραλλακτικότητας	ΒΕ
Επαναλήψεις	3
Ομάδα (ABC)	1
Υπόλοιπο για ABC (ομάδες X επαναλήψεις)	3
A	1
B	1
C	1
AB	1
AC	1
BC	1
Υπόλοιπο (επαναλήψεις X επιδράσεις)	18
Σύνολο	31

## Παραγοντικός σχεδιασμός $2^4$



- = ομάδα 1
- = ομάδα 2



Ομάδα 1	Ομάδα 2
(1)	a
ab	b
ac	c
bc	d
ad	abc
bd	abd
cd	acd
abcd	bcd

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

**Παράδειγμα:** Παραγοντικός σχεδιασμός  $2^4$  με ανάμειξη της ABCD (Montgomery)

Ορίζουσα αντίθεση:  $L = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

Ομάδα 1		Ομάδα 2	
(1)	25	a	71
ab	45	b	48
ac	40	c	68
bc	60	d	43
ad	80	abc	65
bd	25	abd	104
cd	55	acd	86
abcd	76	bcd	70

$$\text{Επίδραση ομάδας} = \bar{y}_{\text{Ομάδα 1}} - \bar{y}_{\text{Ομάδα 2}} = \frac{406}{8} - \frac{555}{8} = -18,625$$

$$AT \text{ ομάδας} = \frac{406^2 + 555^2}{8} - \frac{961^2}{16} = 1387,5625$$

## Πρόσημα επιδράσεων στο $2^4$ σχεδιασμό

	A	B	C	D	ABCD	Blocks (ABCD)	Y
(1)	-1	-1	-1	-1	1	1	25
a	1	1	-1	-1	1	1	45
b	1	-1	1	-1	1	1	40
ab	-1	1	1	-1	1	1	60
c	1	-1	-1	1	1	1	80
ac	-1	1	-1	1	1	1	45
bc	-1	-1	1	1	1	1	25
abc	1	1	1	1	1	1	76
d	1	-1	-1	-1	-1	2	71
ad	-1	1	-1	-1	-1	2	48
bd	-1	-1	1	-1	-1	2	68
abd	1	1	1	-1	-1	2	65
cd	-1	-1	-1	1	-1	2	43
acd	1	1	-1	1	-1	2	104
bcd	1	-1	1	1	-1	2	86
abcd	-1	1	1	1	-1	2	70

## Αλγόριθμός του Yates για το $2^4$ σχεδιασμό

Συνδυασμοί επεμβάσεων	Υ	(1)	(2)	(3)	(4)	Επιδράσεις (4)/ $r2^{k-1}$	Άθροισμα Τετραγώνων (4) <sup>2</sup> / $r2^k$
1	25	96	189	422	961		
a	71	93	233	539	173	21,62	1870,56
b	48	108	252	20	25	3,12	39,06
ab	45	125	287	153	1	0,12	0,06
c	68	123	43	14	79	9,87	390,06
ac	40	129	-23	11	-145	-18,12	1314,06
bc	60	141	116	-16	19	2,37	22,56
abc	65	146	37	17	15	1,87	14,06
d	43	46	-3	44	117	14,62	855,56
ad	80	-3	17	35	133	16,62	1105,56
bd	25	-28	6	-66	-3	-0,37	0,56
abd	104	5	5	-79	33	4,12	68,06
cd	55	37	-49	20	-9	-1,12	5,06
acd	86	79	33	-1	-13	-1,62	10,56
bcd	70	31	42	82	-21	-2,62	27,56
abcd	76	6	-25	-67	-149	-18,62	1387,56

## Πίνακας ανάλυσης παραλλακτικότητας

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F
Ομάδα (ABCD)	1	1387,6		
A	1	1870.6	1870.6	62,22
B	1	39.1	39.1	1,30
C	1	390.1	390.1	12,98
D	1	855.6	855.6	28,46
AB	1	0.1	0.1	0,0001
AC	1	1314.1	1314.1	43,71
BC	1	22.6	22.6	36,78
AD	1	1105.6	1105.6	
BD	1	0.6	0.6	
CD	1	5.1	5.1	
Υπόλοιπο ή (ABC+ABD+ACD+BCD)	4	120.25	30,0625	
Σύνολο	15	5730.93		

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

```
> library(conf.design)
> design=conf.design(c(A = 1, B = 1, C = 1, D = 1), 2)
> design
```

	Blocks	A	B	C	D
1	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0
3	0	1	0	1	0
4	0	0	1	1	0
5	0	1	0	0	1
6	0	0	1	0	1
7	0	0	0	1	1
8	0	1	1	1	1
9	1	1	0	0	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	0	1	0
12	1	1	1	1	0
13	1	0	0	0	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	0	1	1
16	1	0	1	1	1

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

```
> Y=c(25,45,40,60,80,25,55,76,71,48,68,65,43,104,86,70)
```

```
> data=cbind(design, Y)
```

```
> data
```

	Blocks	A	B	C	D	Y
1	0	0	0	0	0	25
2	0	1	1	0	0	45
3	0	1	0	1	0	40
4	0	0	1	1	0	60
5	0	1	0	0	1	80
6	0	0	1	0	1	25
7	0	0	0	1	1	55
8	0	1	1	1	1	76
9	1	1	0	0	0	71
10	1	0	1	0	0	48
11	1	0	0	1	0	68
12	1	1	1	1	0	65
13	1	0	0	0	1	43
14	1	1	1	0	1	104
15	1	1	0	1	1	86
16	1	0	1	1	1	70



# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

```
> fit=aov(Y ~ (A+B+C+D)^4 + Error(Blocks), data)
> summary(fit)
```

Error: Blocks

	Df	Sum Sq	Mean Sq
A:B:C:D	1	1388	1388

Error: Within

	Df	Sum Sq	Mean Sq
A	1	1870.6	1870.6
B	1	39.1	39.1
C	1	390.1	390.1
D	1	855.6	855.6
A:B	1	0.1	0.1
A:C	1	1314.1	1314.1
A:D	1	1105.6	1105.6
B:C	1	22.6	22.6
B:D	1	0.6	0.6
C:D	1	5.1	5.1
A:B:C	1	14.1	14.1
A:B:D	1	68.1	68.1
A:C:D	1	10.6	10.6
B:C:D	1	27.6	27.6

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> fit=aov(Y ~ (A+B+C+D)^2 + Error(Blocks), data)
> summary(fit)
```

Error: Blocks

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Residuals	1	1388	1388		

Error: Within

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
A	1	1870.6	1870.6	62.222	0.00140 **
B	1	39.1	39.1	1.299	0.31795
C	1	390.1	390.1	12.975	0.02272 *
D	1	855.6	855.6	28.459	0.00595 **
A:B	1	0.1	0.1	0.002	0.96582
A:C	1	1314.1	1314.1	43.711	0.00271 **
A:D	1	1105.6	1105.6	36.775	0.00373 **
B:C	1	22.6	22.6	0.751	0.43518
B:D	1	0.6	0.6	0.019	0.89781
C:D	1	5.1	5.1	0.168	0.70257
Residuals	4	120.2	30.1		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

## Παραγοντικός σχεδιασμός $2^k$ σε τέσσερις ομάδες

Σε ένα παραγοντικό σχεδιασμό  $2^5$ , επιλέγουμε να δημιουργήσουμε τέσσερις μη πλήρεις ομάδες των οκτώ επεμβάσεων, με ανάμειξη των δύο επιδράσεων ADE και BCE. Οι οριζουσες αντιθέσεις είναι:

$$L_1 = x_1 + x_4 + x_5$$

$$L_2 = x_2 + x_3 + x_5$$

Κάθε συνδυασμός θα δώσει μία ορισμένη δυάδα τιμών για την  $L_1$  (modulo 2) και  $L_2$  (modulo 2) δηλαδή  $(L_1, L_2) = (0,0), (1,0), (0,1)$  και  $(1,1)$ . Οι συνδυασμοί που δίνουν ίδιες τιμές τοποθετούνται στην ίδια ομάδα.

Ομάδα 1 $L_1 = 0, L_2 = 0$		Ομάδα 2 $L_1 = 1, L_2 = 0$		Ομάδα 3 $L_1 = 0, L_2 = 1$		Ομάδα 4 $L_1 = 1, L_2 = 1$	
(1)	abe	a	be	b	ae	e	abcde
ad	ace	d	abde	abd	de	ade	bd
bc,	cde	abc	ce,	c	abce	bce	ac
bcd	bde	bcd	acde	acd	bcde	ab	cd

## Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

Υπάρχουν τέσσερις ομάδες στις οποίες αντιστοιχούν τρεις βαθμοί ελευθερίας. Επειδή οι ADE και BCE έχουν από ένα βαθμό ελευθερίας, υπάρχει μία ακόμη επίδραση που έχει αναμειχθεί. Η επίδραση αυτή είναι η γενικευμένη αλληλεπίδραση ADE και BCE και ορίζεται ως το γινόμενο των ADE και BCE (modulo 2),  $(ADE)*(BCE) = ABCDE^2 = ABCD$ .

Επομένως οι επιδράσεις ADE, BCE και το γινόμενο τους ABCD αναμειγνύονται με τις ομάδες.

	ADE	BCE	ABCD
Ομάδα 1	-	-	+
Ομάδα 2	+	-	-
Ομάδα 3	-	+	-
Ομάδα 4	+	+	+

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

```
> conf.design(rbind(c(A = 1, B = 0, C = 0, D = 1, E = 1), c(A = 0, B = 1, C = 1, D = 0, E = 1)), p = 2)
```

	Blocks	A	B	C	D	E
1	00	0	0	0	0	0
2	00	0	1	1	0	0
3	00	1	0	0	1	0
4	00	1	1	1	1	0
5	00	1	1	0	0	1
6	00	1	0	1	0	1
7	00	0	1	0	1	1
8	00	0	0	1	1	1
9	01	0	1	0	0	0
10	01	0	0	1	0	0
...						
23	10	1	1	0	1	1
24	10	1	0	1	1	1
25	11	1	1	0	0	0
26	11	1	0	1	0	0
27	11	0	1	0	1	0
28	11	0	0	1	1	0
29	11	0	0	0	0	1
30	11	0	1	1	0	1
31	11	1	0	0	1	1
32	11	1	1	1	1	1

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Αριθμός Παραγόντων k	Αριθμός Ομάδων $2^p$	Μέγεθος Ομάδας $2^{k-p}$	Επιδράσεις που αναμειγνύονται p	Αλληλεπιδράσεις αναμειγμένες με τις ομάδες
3	2	4	ABC	ABC
	4	2	AB, AC	AB, AC, BC
4	2	8	ABCD	ABCD
	4	4	ABC, ACD	ABC, ACD, BD
	8	2	AB, BC, CD	AB, BC, CD, AC, BD, AD, ABCD
5	2	16	ABCDE	ABCDE
	4	8	ABC, CDE	ABC, CDE, ABDE
	8	4	ABE, BCE, CDE	ABE, BCE, CDE, AC, ABCD, BD, ADE
	16	2	AB, AC, CD, DE	All two- and four-factor interactions (15 effects)
6	2	32	ABCDEF	ABCDEF
	4	16	ABCF, CDEF	ABCF, CDEF, ABDE
	8	8	ABEF, ABCD, ACE	ABEF, ABCD, ACE, BCF, BDE, CDEF, ADF
	16	4	ABF, ACF, BDF, DEF	ABF, ACF, BDF, DEF, BC, ABCD, ABDE, AD, ACDE, CE, CDF, BCDEF, ABCEF, AEF, BE
	32	2	AB, BC, CD, DE, EF	All two-, four-, and six-factor interactions (31 effects)
7	2	64	ABCDEFG	ABCDEFG
	4	32	ABCFG, CDEFG	ABCFG, CDEFG, ABDE
	8	16	ABCD, CDEF, ADFG	ABC, DEF, AFG, ABCDEF, BCFG, ADEG, BCDEG
	16	8	ABCD, EFG, CDE, ADG	ABCD, EFG, CDE, ADG, ABCDEFG, ABE, BCG, CDFG, ADEF, ACEG, ABFG, BCEF, BDEG, ACF, BDF
	32	4	ABG, BCG, CDG, DEG, EFG	ABG, BCG, CDG, AC, BD, CE, DF, AE, EG, EFG, BF, ABCD, ABDE, ABEF, BCDE, BCEF, CDEF, ABCDEFG, ADG, ACDEG, ACEFG, ABDFG, ABCEG, BEG, BDEFG, CFG, ADEF, ACDF, ABCF, AFG, BCDFG
	64	2	AB, BC, CD, DE, EF, FG	All two-, four-, and six-factor interactions (63 effects)

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Μερική ανάμειξη, τέσσερις επαναλήψεις σχεδίου  $2^3$  με ανάμειξη ABC, AB, BC και AC

Επανάληψη I (ABC)		Επανάληψη II (AB)		Επανάληψη III (BC)		Επανάληψη IV (AC)	
Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 1	Ομάδα 2	Ομάδα 1	Ομάδα 2
(1)	a	(1)	a	(1)	b	(1)	a
ab	b	c	b	a	c	b	c
ac	c	ab	ac	bc	ab	ac	ab
bc	abc	abc	bc	abc	ac	abc	bc

Πηγή παραλλακτικότητας	BE
Επαναλήψεις	3
Ομάδα μέσα στις επαναλήψεις (ή ABC (επ. I), AB (επ. II), BC (επ. III), AC (επ. IV))	4
A	1
B	1
C	1
AB (από τις επαναλήψεις I, III, IV)	1
AC (από τις επαναλήψεις I, II, III)	1
BC (από τις επαναλήψεις I, II, IV)	1
ABC(από τις επαναλήψεις II, III, IV)	1
Υπόλοιπο	17
Σύνολο	31

Δύο επαναλήψεις του σχεδίου  $2^3$  με ανάμειξη των ABC και AB

Επανάληψη I (ABC)				Επανάληψη II (AB)			
Ομάδα 1		Ομάδα 2		Ομάδα 1		Ομάδα 2	
(1)	550	a	669	(1)	604	a	650
ab	642	b	633	c	1052	b	601
ac	749	c	1037	ab	635	ac	868
bc	1075	abc	729	abc	860	bc	1063

$$AT_{ABC} = \frac{[a + b + c + abc - ab - ac - bc - (1)]^2}{n2^k} = \frac{[650 + 601 + 1052 + 860 - 635 - 868 - 1063 - 604]^2}{1 * 8} = 6,1250$$

$$AT_{AB} = \frac{[(1) + c + ab + abc - a - b - ac - bc]^2}{n2^k} = \frac{[550 + 729 - 749 + 1037 - 669 - 633 + 642 - 1075]^2}{1 * 8} = 3528$$

$$AT_{\text{Επαν.}} = \sum_{h=1} \frac{R_h^2}{2^k} - \frac{Y_{\dots}^2}{N} = \frac{(6084)^2 + (6333)^2}{8} - \frac{(12.417)^2}{16} = 3875,0625$$

Το AT ομάδων είναι το άθροισμα του  $AT_{ABC}$  από την πρώτη επανάληψη (338) και του  $AT_{AB}$  από τη δεύτερη επανάληψη (120).



## Αλγόριθμός του Yates για το $2^3$ σχεδιασμό

	Απόκριση	(1)	(2)	(3)	Επίδραση	Εκτίμηση Επίδρασης (3)/ $r2^{k-1}$	Άθροισμα Τετραγώνων (3) <sup>2</sup> / $r2^k$
(1)	1154	2473	4984	12417	I		
a	1319	2511	7433	-813	A	-102	41311
b	1234	3706	208	59	B	7,375	217,6
ab	1277	3727	-1021	350	AB	43,75	-
c	2089	165	38	2449	C	306,1	374850
ac	1617	43	21	-1229	AC	-154	94403
bc	2138	-472	-122	-17	BC	-2,13	18,06
abc	1589	-549	472	122	ABC	15,25	-

## Πίνακας ανάλυσης παραλλακτικότητας

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F
Επαναλήψεις	1	3875	3875	
Ομάδες μέσα στις επαναλήψεις	2	458 (120+338)	458	
A	1	41311	41311	16,194*
B	1	218	218	0,085
C	1	374850	374850	146,945***
AB (από επαν. II)	1	3528	3528	1,383
AC	1	94403	94403	37,007**
BC	1	18	18	0,007
ABC (από επαν. I)	1	6	6	0,002
Υπόλοιπο	5	12755	2551	
Σύνολο	15	531422		

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

```
> rep1=conf.design(c(A = 1, B = 1, C = 1), 2)
> rep2=conf.design(c(A = 1, B = 1, C = 0), 2)
> design=rjoin(rep1,rep2)
> design
```

	Part	Blocks	A	B	C
1	Part1	0	0	0	0
2	Part1	0	1	1	0
3	Part1	0	1	0	1
4	Part1	0	0	1	1
5	Part1	1	1	0	0
6	Part1	1	0	1	0
7	Part1	1	0	0	1
8	Part1	1	1	1	1
9	Part2	0	0	0	0
10	Part2	0	1	1	0
11	Part2	0	0	0	1
12	Part2	0	1	1	1
13	Part2	1	1	0	0
14	Part2	1	0	1	0
15	Part2	1	1	0	1
16	Part2	1	0	1	1

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

```
> Y=c(550,642,749,1075,669,633,1037,729,604,635,1052,860,650,601,868,1063)
```

```
> data=cbind(design,Y)
```

```
> data
```

	Part	Blocks	A	B	C	Y
1	Part1	0	0	0	0	550
2	Part1	0	1	1	0	642
3	Part1	0	1	0	1	749
4	Part1	0	0	1	1	1075
5	Part1	1	1	0	0	669
6	Part1	1	0	1	0	633
7	Part1	1	0	0	1	1037
8	Part1	1	1	1	1	729
9	Part2	0	0	0	0	604
10	Part2	0	1	1	0	635
11	Part2	0	0	0	1	1052
12	Part2	0	1	1	1	860
13	Part2	1	1	0	0	650
14	Part2	1	0	1	0	601
15	Part2	1	1	0	1	868
16	Part2	1	0	1	1	1063

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> fit=aov(Y ~ (A+B+C)^3 + Error(Blocks:Part), data)
```

```
> summary(fit)
```

Error: Blocks:Part

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
A:B	1	120	120	0.031	0.889
A:B:C	1	338	338	0.087	0.817
Residuals	1	3875	3875		

Error: Within

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
A	1	41311	41311	16.194	0.01008 *
B	1	218	218	0.085	0.78199
C	1	374850	374850	146.945	6.75e-05 ***
A:B	1	3528	3528	1.383	0.29253
A:C	1	94403	94403	37.007	0.00174 **
B:C	1	18	18	0.007	0.93621
A:B:C	1	6	6	0.002	0.96282
Residuals	5	12755	2551		

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

**Άσκηση 1.** Κατασκευάστε ένα παραγοντικό σχεδιασμό  $2^4$  των δύο ομάδων με οκτώ παρατηρήσεις, αναμειγνύοντας την επίδραση ABCD. Αναλύστε και σχολιάστε τα αποτελέσματα. Επαναλάβετε την ανάλυση με τέσσερις ομάδες, αναμειγνύοντας τις επιδράσεις ABD και ABC.

(1)	90	d	98
a	74	ad	72
b	81	bd	87
ab	83	abd	85
c	77	cd	99
ac	81	acd	79
bc	88	bcd	87
abc	73	abcd	80