



ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

# Σχέδια Μη Πλήρων Ομάδων

Κατσιλέρος Αναστάσιος

2017

### ΕΞΙΣΟΡΡΟΠΗΜΕΝΑ ΣΧΕΔΙΑ ΜΗ ΠΛΗΡΩΝ ΟΜΑΔΩΝ

Αν έχουμε  $a$  επεμβάσεις και  $b$  ομάδες, κάθε ομάδα θα περιλαμβάνει  $k$  ( $k < a$ ) επεμβάσεις και κάθε επέμβαση θα επαναλαμβάνεται  $r$  φορές. Συνολικά υπάρχουν  $N = ar = bk$  παρατηρήσεις. Κάθε ζεύγος επεμβάσεων εμφανίζεται στην ίδια μη πλήρη ομάδα  $\lambda$  φορές (ακέραιος αριθμός).

$$\lambda = r(k - 1)/a - 1$$

1. Κάθε ομάδα έχει τον ίδιο αριθμό πειραματικών τεμαχίων.
2. Κάθε επέμβαση χρησιμοποιείται σε ίσο αριθμό πειραματικών τεμαχίων.
3. Κάθε ζεύγος επεμβάσεων εμφανίζεται μαζί στην ίδια ομάδα με την ίδια συχνότητα.

Το γραμμικό πρότυπο είναι :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

όπου  $y_{ij}$  = η παρατήρηση της επέμβασης  $i$  στην  $j$  μη πλήρη ομάδα

$\mu$  = ο γενικός μέσος όρος

$\tau_i$  = η επίδραση της  $i$  ποικιλίας

$\beta_j$  = η επίδραση της  $j$  μη πλήρους ομάδας

$\varepsilon_{ij}$  = τυχαίο σφάλμα

## Η ανάλυση της παραλλακτικότητας για σχέδιο των μη πλήρων ομάδων

Πηγή Παραλλακτικότητας	ΒΕ	ΑΤ
Ομάδες	$b - 1$	$\sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{[Y_{..}]^2}{N}$
Επεμβάσεις (διορθωμένες)	$a - 1$	$\frac{k \sum_{j=1}^a Q_i^2}{\lambda a}$
Υπόλοιπο	$N - a - b + 1$	με αφαίρεση
Σύνολο	$N - 1$	$\sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{[Y_{..}]^2}{N}$

Το συνολικό άθροισμα τετραγώνων υπολογίζεται ως εξής:

$$AT_{\text{συνόλου}} = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{[Y_{..}]^2}{N}$$

Το άθροισμα τετραγώνων ομάδων δίνεται ως εξής:

$$AT_{\text{ομάδων}} = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{[Y_{..}]^2}{N}$$

Το διορθωμένο άθροισμα τετραγώνων των επεμβάσεων δίνεται ως εξής:

$$AT_{\text{επεμβάσεων (διορθωμ ένο)}} = \frac{k \sum_{j=1}^a Q_i^2}{\lambda a}$$

$$\text{όπου } Q_i = Y_{i.} - \frac{1}{k} \sum_{j=1}^b n_{ij} Y_{.j}$$

$n_{ij}=1$  όταν η επέμβαση  $i$  βρίσκεται στην ομάδα  $j$  και  $n_{ij}=0$  όταν δεν βρίσκεται

## Παράδειγμα

Επέμβαση	Ομάδα				
	1	2	3	4	
1	73	74	-	71	218
2	-	75	67	72	214
3	73	75	68	-	216
4	75	-	72	75	222
$Y_{.j}$	221	224	207	218	$Y_{..} = 870$

$a = 4$  (επεμβάσεις),  $b = 4$  (ομάδες),  $k = 3$  (επαναλήψεις),  $\lambda = 2$  (ζεύγη)  
και  $N = 12$  (παρατηρήσεις)

$$AT_{\text{συνόλου}} = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{[Y_{..}]^2}{N} = 63156 - \frac{(870)^2}{12} = 63156 - 63075 = 81$$

$$AT_{\text{ομάδων}} = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{[Y_{..}]^2}{N} = \frac{(221)^2 + (207)^2 + (224)^2 + (218)^2}{3} - \frac{(870)^2}{12} = 55$$

## Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

$$Q_1 = (218) - \frac{1}{3}(221 + 224 + 218) = -\frac{9}{3}$$

$$Q_2 = (214) - \frac{1}{3}(207 + 224 + 218) = -\frac{7}{3}$$

$$Q_3 = (216) - \frac{1}{3}(221 + 207 + 224) = -\frac{4}{3}$$

$$Q_4 = (222) - \frac{1}{3}(221 + 207 + 218) = \frac{20}{3}$$

$$AT_{\text{επεμβάσεων (διορθωμ. ένο)}} = \frac{k \sum_{j=1}^4 Q_i^2}{\lambda a} = \frac{3[(-9/3)^2 + (-7/3)^2 + (-4/3)^2 + (20/3)^2]}{(2)(4)} = \frac{182}{8} = 22.75$$

## Πίνακας ανάλυσης της παραλλακτικότητας

Πηγή Παραλλακτικότητας	ΒΕ	Α.Τ.	Μ.Τ.	F
Ομάδες	3	55,00		
Επεμβάσεις (διορθωμένες)	3	22,75	7,58	111,66*
Υπόλοιπο	5	3,25	0,65	
Σύνολο	11	81,00		



# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

```
> attach(BIB)
> X=factor(X);Block=factor(Block)
> library(agricolae)
> BIB.test(Block, X, Y, test = c("lsd"), alpha = 0.05, group = TRUE,console=T)
```

ANALYSIS BIB: Y

Class level information

Block: 1 2 4 3

Trt : a b c d

Number of observations: 12

Analysis of Variance Table

Response: Y

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
block.unadj	3	55.00	18.3333	28.205	0.001468 **
trt.adj	3	22.75	7.5833	11.667	0.010739 *
Residuals	5	3.25	0.6500		

--- Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

coefficient of variation: 1.1 %

Y Means: 72.5

LSD test Alpha : 0.05 LSD : 1.794811

## ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΥΟΥΔΕΝ

Τα τετράγωνα Youden είναι εξισορροπημένα σχέδια μη πλήρων ομάδων, τα οποία προέρχονται από συνηθισμένα λατινικά τετράγωνα μετά την απομάκρυνση στηλών ή σειρών. Κάθε επέμβαση εμφανίζεται μόνο μία φορά σε κάθε στήλη και κάθε ζεύγος εμφανίζεται μαζί στην ίδια σειρά με την ίδια συχνότητα.

Σειρές (ομάδες)	Στήλες (επαναλήψεις)				
	I	II	III	IV	V
1	A	B	Γ	Δ	E
2	B	Γ	Δ	E	A
3	Γ	Δ	E	A	B
4	Δ	E	A	B	Γ
5	E	A	B	Γ	Δ

Ισχύει  $a$  (επεμβάσεις) =  $b$  (ομάδες) = αριθμός σειρών

και  $r$  (επαναλήψεις) =  $k$  (επεμβάσεις ανά ομάδα) = αριθμός στηλών

Το γραμμικό πρότυπο είναι :

$$Y_{ijh} = \mu + a_i + \tau_j + \beta_h + \varepsilon_{ijk}$$

όπου  $\mu$  = ο γενικός μέσος όρος

$a_i$  = η επίδραση της ομάδας (σειρά)  $i$

$\tau_j$  = η επίδραση της επέμβασης  $j$

$\beta_h$  = η επίδραση της στήλης  $h$

$\varepsilon_{ijk}$  = το σφάλμα

## Η ανάλυση της παραλλακτικότητας για το σχέδιο Youden

Πηγή Παραλλακτικότητας	ΒΕ	ΑΤ
Επεμβάσεις (διορθωμένες)	$a - 1$	$\frac{k \sum_{j=1}^a Q_j^2}{\lambda a}$
Ομάδες (χωρίς διόρθωση)(Σειρές)	$b - 1$	$\sum_{i=1}^b \frac{Y_{i..}^2}{k} - \frac{[Y_{..}]^2}{N}$
Ομάδες (διορθωμένες)	$b - 1$	$\frac{r \sum_{i=1}^b Q_i^2}{\lambda b}$
Στήλες	$k - 1$	$\sum_{h=1}^k \frac{Y_{..h}^2}{k} - \frac{[Y_{..}]^2}{N}$
Υπόλοιπο	$bk - a - b - k + 2$	με αφαίρεση
Σύνολο	$bk - 1$	$\sum_i \sum_j \sum_h Y_{ijh}^2 - \frac{[Y_{...}]^2}{N}$

## Παράδειγμα

Σειρές (ομάδες)	Στήλες (επαναλήψεις)					Σύνολο Επεμβάσεων ( $Y_{.j}$ )
	I	II	III	IV	$Y_{i..}$	
1	A = 3	B = 1	Γ = -2	Δ = 0	2	$Y_{.1} = 12$ (A)
2	B = 0	Γ = 0	Δ = -1	E = 7	6	$Y_{.2} = 2$ (B)
3	Γ = -1	Δ = 0	E = 5	A = 3	7	$Y_{.3} = -4$ (Γ)
4	Δ = -1	E = 6	A = 4	B = 0	9	$Y_{.4} = -2$ (Δ)
5	E = 5	A = 2	B = 1	Γ = -1	7	$Y_{.5} = 23$ (E)
$Y_{..h}$	6	9	7	9	$Y_{...} = 31$	

$$a = b = 5, r = k = 4 \text{ και } \lambda = 3$$

# Πειραματικοί Σχεδιασμοί

$$AT_{\text{συνόλου}} = \sum_i \sum_j \sum_h Y_{ijh}^2 - \frac{Y_{\dots}^2}{N} = 183 - \frac{(31)^2}{(5)(4)} = 134,95$$

$$Q_1 = 12 - \frac{1}{4}(2 + 7 + 9 + 7) = \frac{23}{4}$$

$$Q_4 = -2 - \frac{1}{4}(2 + 6 + 7 + 9) = -\frac{32}{4}$$

$$Q_2 = 2 - \frac{1}{4}(2 + 6 + 7 + 9) = -\frac{32}{4}$$

$$Q_5 = 23 - \frac{1}{4}(6 + 7 + 9 + 7) = -\frac{63}{4}$$

$$Q_3 = -4 - \frac{1}{4}(2 + 6 + 7 + 9) = -\frac{38}{4}$$

$$AT_{\text{επ. (διορθ.)}} = \frac{k \sum_{j=1}^a Q_i^2}{\lambda a} = \frac{4[(23/4)^2 + (-16/4)^2 + (-38/4)^2 + (-32/4)^2 + (68/4)^2]}{(3)(5)} = 120,37$$

$$AT_{\text{σειρών}} = \sum_{i=1}^b \frac{Y_{i..}^2}{k} - \frac{[Y_{..}]^2}{N} = \frac{(2)^2 + (6)^2 + (7)^2 + (9)^2 + (7)^2}{4} - \frac{(31)^2}{20} = 6,7$$

$$AT_{\text{στηλών}} = \sum_{h=1}^k \frac{Y_{..h}^2}{k} - \frac{[Y_{..}]^2}{N} = \frac{(6)^2 + (9)^2 + (7)^2 + (9)^2}{5} - \frac{(31)^2}{20} = 1,35$$

$$AT_{\text{υπολοίπου}} = AT_{\text{συν}} - AT_{\text{επ. (διορθ.)}} - AT_{\text{σειρών}} - AT_{\text{στηλών}} = 6,53$$

## Πειραματικοί Σχεδιασμοί

---

$$Q_1' = 2 - \frac{1}{4}(12 + 2 - 4 - 2) = \frac{0}{4}$$

$$Q_4' = 9 - \frac{1}{4}(12 + 2 - 2 + 23) = \frac{1}{4}$$

$$Q_2' = 6 - \frac{1}{4}(2 - 4 - 2 + 23) = \frac{5}{4}$$

$$Q_5' = 7 - \frac{1}{4}(12 + 2 - 4 + 23) = -\frac{5}{4}$$

$$Q_3' = 7 - \frac{1}{4}(12 - 4 - 2 + 23) = -\frac{1}{4}$$

$$AT_{\text{ομάδων(διο ρθ.)}} = \frac{r \sum_{i=1}^b Q_i'^2}{\lambda b} = \frac{4[(0/4)^2 + (5/4)^2 + (-1/4)^2 + (1/4)^2 + (-5/4)^2]}{(3)(5)} = 0,87$$



## Πίνακας ανάλυσης παραλλακτικότητας

Πηγή Παραλλακτικότητας	ΒΕ	Α.Τ.	Μ.Τ.	F
Επεμβάσεις (διορθωμένες)	4	120,37	30,09	36,69**
Ομάδες (χωρίς διόρθωση)(Σειρές)	4	6,7		
Ομάδες (διορθωμένες)	(4)	(0,87)	(0,22)	
Στήλες	3	1,35	0,45	
Υπόλοιπο	8	6,35	0,82	
Σύνολο	19	134,95		

### ΜΕΡΙΚΩΣ ΕΞΙΣΟΡΡΟΠΗΜΕΝΑ ΣΧΕΔΙΑ ΜΗ ΠΛΗΡΩΝ ΟΜΑΔΩΝ

Δεν υπάρχουν πάντα εξισορροπημένα σχέδια για όλους τους συνδυασμούς των παραμέτρων που μας ενδιαφέρουν. Αυτό συμβαίνει γιατί ισχύει ο περιορισμός ότι το  $\lambda$  πρέπει να είναι ακέραιος. Έτσι αναγκαστικά σε ορισμένες περιπτώσεις, ο αριθμός των ομάδων ή το μέγεθος της ομάδας θα πρέπει να αυξηθεί υπερβολικά.

Για να μειώσουμε τον αριθμό των ομάδων που απαιτούνται, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μερικώς εξισορροπημένα σχέδια μη πλήρων ομάδων, όπου μερικά ζεύγη επεμβάσεων εμφανίζονται μαζί  $\lambda_1$  φορές, άλλα  $\lambda_2, \dots$ , και τα υπόλοιπα  $\lambda_m$  φορές.