

Εργαστήριο Μαθηματικών & Στατιστικής

Γραπτή Εξέταση Προόδου στο Α' Μέρος του Μαθήματος Στατιστική

για τα Τμήματα Γ.Β., Ε.Τ.Τ, Α.Ο.Α και Ε.Ζ.Π.&Υ.

29/11/2012

Σειρά Α

1^ο Θέμα [40] Σύμφωνα με μελέτη της Εταιρείας Προστασίας Πρεσπών, η τυχαία μεταβλητή, έστω X , που εκφράζει το μήκος του ψαριού *μπράνα* (*Barbus prespensis*) που ενδημεί στη Μεγάλη Πρέσπα ακολουθεί μια κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 20\text{cm}$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 5\text{cm}$. **α)** Ψαρεύετε ένα ψάρι *μπράνα* από τη Μεγάλη Πρέσπα. Ποια είναι η πιθανότητα το μήκος του να είναι **(i)** μικρότερο από 14cm **(ii)** μεγαλύτερο από 19cm αλλά να μην ξεπερνάει τα 22cm . **β)** Να προσδιορίσετε ένα συμμετρικό ως προς τη μέση τιμή της X διάστημα, εντός του οποίου να βρίσκονται τα μήκη του 95% των ψαριών *μπράνα* της Μεγάλης Πρέσπας. **γ)** Ψαρεύετε 5 ψάρια *μπράνα* από τη Μεγάλη Πρέσπα. **(i)** Ποια είναι η πιθανότητα δύο τουλάχιστον από αυτά να έχουν μήκος μικρότερο από 14cm . **(ii)** Ποια είναι η πιθανότητα το μέσο μήκος τους να είναι μικρότερο από 13cm . **(iii)** Υπολογίζετε το μέσο μήκος των 5 ψαριών και βρίσκετε ότι είναι ίσο με 12.5cm . Πώς μπορεί να ερμηνευθεί αυτό το εύρημα σε συνδυασμό με την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα. **δ)** Πώς αντιλαμβάνεσθε τη σχέση Θεωρίας Πιθανοτήτων και Στατιστικής;

2^ο Θέμα [20] **I.** Η ποσότητα φυτικών ινών που περιέχεται ανά μερίδα (των 100gr) τραγανών δημητριακών από σιτάρι είναι τυχαία μεταβλητή, έστω X , η οποία σύμφωνα με την εταιρεία παραγωγής έχει μέση τιμή $\mu = 5\text{gr}$ και διασπορά $\sigma^2 = 0.25\text{gr}^2$. **α)** Σε ένα διαιτολόγιο τεσσάρων εβδομάδων σκέφτεστε να εντάξετε και 60 μερίδες από τα συγκεκριμένα δημητριακά. Ποια είναι η πιθανότητα η **συνολική** ποσότητα φυτικών ινών που περιέχεται σε 60 τέτοιες μερίδες να είναι τουλάχιστον 295gr . **β)** Το ερώτημα «ποια είναι η πιθανότητα η ποσότητα φυτικών ινών που περιέχεται σε μια μερίδα δημητριακών τη συγκεκριμένης εταιρείας να είναι τουλάχιστον 2gr » μπορεί να απαντηθεί; Εξηγείστε. **II.** Μπορεί η συνάρτηση κατανομής F μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X , να πάρει τιμές μεγαλύτερες του 1; Η συνάρτηση πυκνότητας f ; Εξηγείστε.

3^ο Θέμα [20] **I.** Έχει παρατηρηθεί ότι ο αριθμός X_t των περιστατικών τροφικής δηλητηρίασης στο νομό Γρεβενών από άγρια μανιτάρια του είδους *amanita muscaria* σε χρόνο t , περιγράφεται ικανοποιητικά από μια *στοχαστική διαδικασία Poisson*. Αν ο μέσος αριθμός περιστατικών ανά έτος είναι 4, να υπολογισθεί η πιθανότητα, **α)** να συμβούν **το πολύ** 2 περιστατικά σε ένα έτος, **β)** να συμβούν **λιγότερα** από 2 περιστατικά σε χρονικό διάστημα 18 μηνών **γ)** να συμβούν **περισσότερα** από 25 περιστατικά σε χρονικό διάστημα 5 ετών. **II.** Είναι λογικό η μέση τιμή μιας τυχαίας μεταβλητής που ακολουθεί την κατανομή *Poisson* να είναι ίση με τη διασπορά της;

4^ο Θέμα [20] Σε μια βιοτεχνία υπάρχουν τρεις διαφορετικές μηχανές, Α, Β και Γ, από τις οποίες κατασκευάζεται το 25%, 35% και 40% της παραγωγής, αντίστοιχα. Το 5% των προϊόντων που παράγονται από τη μηχανή Α είναι ελαττωματικά, ενώ για τις μηχανές Β και Γ το ποσοστό ελαττωματικών είναι 4% και 2%, αντίστοιχα. Τα προϊόντα από τις τρεις μηχανές αναμιγνύονται δημιουργώντας μια ενιαία σειρά και προωθούνται για συσκευασία. Επιλέγετε από την ενιαία σειρά ένα προϊόν τυχαία. **α)** Ποια είναι η πιθανότητα αυτό να είναι ελαττωματικό. **β)** Αν το προϊόν είναι ελαττωματικό ποια είναι η πιθανότητα να προέρχεται από τη μηχανή Α; Ερμηνεύστε τις πιθανότητες που υπολογίσατε στα (α) και (β) με όρους ποσοστών. **γ)** Το

Σειρά Β

1^ο Θέμα [40] Σύμφωνα με μελέτη της Εταιρείας Προστασίας Πρεσπών, η τυχαία μεταβλητή, έστω X , που εκφράζει το μήκος του ψαριού *μπράνα* (*Barbus prespensis*) που ενδημεί στη Μεγάλη Πρέσπα ακολουθεί μια κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 20\text{cm}$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 5\text{cm}$. **α)** Ψαρεύετε ένα ψάρι *μπράνα* από τη Μεγάλη Πρέσπα. Ποια είναι η πιθανότητα το μήκος του να είναι **(i)** μικρότερο από 13cm **(ii)** μεγαλύτερο από 18cm αλλά να μην ξεπερνάει τα 22cm . **β)** Να προσδιορίσετε ένα συμμετρικό ως προς τη μέση τιμή της X διάστημα, εντός του οποίου να βρίσκονται τα μήκη του 98% των ψαριών *μπράνα* της Μεγάλης Πρέσπας. **γ)** Ψαρεύετε 6 ψάρια *μπράνα* από τη Μεγάλη Πρέσπα. **(i)** Ποια είναι η πιθανότητα ένα τουλάχιστον από αυτά να έχει μήκος μικρότερο από 13cm . **(ii)** Ποια είναι η πιθανότητα το μέσο μήκος τους να είναι μικρότερο από 13cm . **(iii)** Υπολογίζετε το μέσο μήκος των 6 ψαριών και βρίσκετε ότι είναι ίσο με 12.5cm . Πώς μπορεί να ερμηνευθεί αυτό το εύρημα σε συνδυασμό με την απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα. **δ)** Σε μια δειγματοληπτική έρευνα, τα δειγματοληπτικά σφάλματα μπορούν να αποφευχθούν; Εξηγήστε;

2^ο Θέμα [20] **I.** Η ποσότητα φυτικών ιών που περιέχεται ανά μερίδα (των 100gr) τραγανών δημητριακών από σιτάρι είναι τυχαία μεταβλητή, έστω X , η οποία σύμφωνα με την εταιρεία παραγωγής έχει μέση τιμή $\mu = 5\text{gr}$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 0.5\text{gr}$. **α)** Σε ένα διαιτολόγιο τεσσάρων εβδομάδων σκέφτεστε να εντάξετε και 50 μερίδες από τα συγκεκριμένα δημητριακά. Ποια είναι η πιθανότητα η **συνολική** ποσότητα φυτικών ιών που περιέχεται σε 50 τέτοιες μερίδες να είναι τουλάχιστον 245gr . **β)** Το ερώτημα «ποια είναι η πιθανότητα η ποσότητα φυτικών ιών που περιέχεται σε μια μερίδα δημητριακών τη συγκεκριμένης εταιρείας να είναι τουλάχιστον 2gr » μπορεί να απαντηθεί; Εξηγήστε. **II.** Μπορεί η συνάρτηση πιθανότητας f μιας διακριτής τυχαίας μεταβλητής X , να πάρει τιμές μεγαλύτερες του 1; Η συνάρτηση πυκνότητας f μιας συνεχούς τυχαίας μεταβλητής X , μπορεί; Εξηγήστε.

3^ο Θέμα [20] **I.** Έχει παρατηρηθεί ότι ο αριθμός X_t των περιστατικών τροφικής δηλητηρίασης στο νομό Γρεβενών από άγρια μανιτάρια του είδους *amanita muscaria* σε χρόνο t , περιγράφεται ικανοποιητικά από μια **στοχαστική διαδικασία Poisson**. Αν ο μέσος αριθμός περιστατικών ανά έτος είναι 4, να υπολογισθεί η πιθανότητα, **α)** να συμβούν **τουλάχιστον 2** περιστατικά σε ένα έτος, **β)** να συμβούν **λιγότερα** από 2 περιστατικά σε χρονικό διάστημα τριών μηνών **γ)** να συμβούν **περισσότερα** από 25 περιστατικά σε χρονικό διάστημα 6 ετών. **II.** Για ποια τιμή της παραμέτρου p η κατανομή $B(n, p)$ παρουσιάζει τη μεγαλύτερη διασπορά; Εξηγήστε.

4^ο Θέμα [20] Σε μια βιοτεχνία υπάρχουν τρεις διαφορετικές μηχανές, Α, Β και Γ, από τις οποίες κατασκευάζεται το 35%, 25% και 40% της παραγωγής, αντίστοιχα. Το 4% των προϊόντων που παράγονται από τη μηχανή Α είναι ελαττωματικά, ενώ για τις μηχανές Β και Γ το ποσοστό ελαττωματικών είναι 5% και 2%, αντίστοιχα. Τα προϊόντα από τις τρεις μηχανές αναμιγνύονται δημιουργώντας μια ενιαία σειρά και προωθούνται για συσκευασία. Επιλέγετε από την ενιαία σειρά ένα προϊόν τυχαία. **α)** Ποια είναι η πιθανότητα αυτό να είναι ελαττωματικό. **β)** Αν το προϊόν είναι ελαττωματικό ποια είναι η πιθανότητα να προέρχεται από τη μηχανή Β; Ερμηνεύστε

