

Ανάλυση Διασποράς Προβλήματα και Ασκήσεις

1. Ένας ερευνητής προκειμένου να συγκρίνει τρία σιτηρέσια εκτροφής κοτόπουλων ($\Sigma 1$, $\Sigma 2$ και $\Sigma 3$, αντίστοιχα), σχεδίασε και εκτέλεσε το εξής πείραμα. Επέλεξε 15 νεογέννητα κοτόπουλα και με μια τυχαία διαδικασία αντιστοίχησε σε 5 από αυτά το σιτηρέσιο $\Sigma 1$, σε 5 άλλα το σιτηρέσιο $\Sigma 2$ και σε 5 άλλα το σιτηρέσιο $\Sigma 3$. Δημιούργησε έτσι τρεις ομάδες των πέντε κοτόπουλων η κάθε μία. Αφού χορήγησε στα κοτόπουλα κάθε ομάδας το αντίστοιχο σιτηρέσιο (για συγκεκριμένο χρονικό διάστημα από τη γέννησή τους), μέτρησε το (μικτό) βάρος τους (σε *kg*). Οι μετρήσεις που πήρε δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Σιτηρέσιο	Μικτό Βάρος (σε <i>kg</i>)				
	$\Sigma 1$	$\Sigma 2$	$\Sigma 3$	$\Sigma 4$	$\Sigma 5$
$\Sigma 1$	2.65	2.31	2.61	2.09	2.39
$\Sigma 2$	1.83	2.46	2.54	1.72	1.98
$\Sigma 3$	2.50	2.24	2.72	2.31	2.65

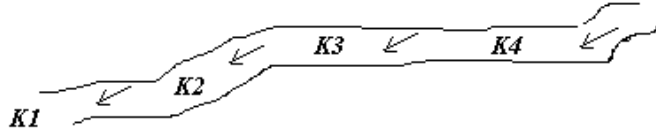
- α) Τι τύπου πειραματικό σχέδιο επέλεξε να εφαρμόσει ο ερευνητής; β) Με βάση αυτά τα πειραματικά δεδομένα και σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση αύξηση του βάρους των κοτόπουλων που να οφείλονται στα τρία σιτηρέσια; γ) Ποιες υποθέσεις χρειάστηκε να κάνετε για να απαντήσετε στο ερώτημα (β);
2. Ένας φοιτητής του Τμήματος Επιστήμης και Τεχνολογίας Τροφίμων του Γ.Π.Α., στο πλαίσιο της πτυχιακής του εργασίας, συνέκρινε τις ποσότητες χοληστερίνης που περιέχουν τέσσερα διαφορετικά είδη τροφίμων διαίτης, A1, A2, A3 και A4, αντίστοιχα. Από κάθε είδος πήρε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους 3 και μέτρησε την ποσότητα χοληστερίνης (σε *milligrams* ανά *170gr*). Οι μετρήσεις που πήρε δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Είδος	Ποσότητα Χοληστερίνης (σε <i>milligrams/170gr</i>)		
	A1	A2	A3
A1	3.6	4.1	4.0
A2	3.1	3.2	3.9
A3	3.2	3.5	3.5
A4	3.5	3.8	3.8

- α) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα δεδομένα ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μέσων ποσοτήτων χοληστερίνης στα τέσσερα είδη τροφίμων; β) Εξηγήστε τι έλεγχο, γιατί και με ποιες παραδοχές κάνατε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α).
3. Ένας μεταπτυχιακός φοιτητής του Τμήματος Γεωπονικής Βιοτεχνολογίας του Γ.Π.Α., στο πλαίσιο μιας εργαστηριακής άσκησης, διερεύνησε την περιεκτικότητα σε σωματιδιακές προσμείξεις ενός υγρού φαρμακευτικού σκευάσματος που χορηγείται ενδοφλεβίως σε ταύρους και παράγεται από τρεις διαφορετικές εταιρείες A1, A2 και A3. Συγκεκριμένα, έλεγξε 6 σκευάσματα από κάθε εταιρεία (τυχαία επιλεγμένα) και κατέγραψε τον αριθμό σωματιδίων με διάμετρο μεγαλύτερη των 5 *microns* ανά λίτρο. Οι μετρήσεις που πήρε δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Εταιρεία	Αριθμός σωματιδίων (ανά λίτρο)					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
A1	255	264	342	331	234	217
A2	105	288	98	275	221	240
A3	577	515	214	413	401	260

- α) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, δίνουν αυτά τα δεδομένα αποδείξεις ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των σκευασμάτων των τριών εταιρειών ως προς τη μέση περιεκτικότητά τους σε σωματιδιακές προσμεϊξεις; β) Εξηγήστε τι έλεγχο, γιατί και με ποιες παραδοχές κάνατε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α).
4. Μια ομάδα ερευνητών μελέτησε τη μόλυνση των νερών ενός ποταμού από βιομηχανικά απόβλητα. Ως μέρος αυτής της μελέτης, συνέκρινε τη συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου στα νερά του ποταμού σε 4 περιοχές της κοίτης του, K1, K2, K3 και K4. Η περιοχή K1 βρίσκεται στις εκβολές του ποταμού ενώ κοντά στην K3 ρίχνονται απόβλητα από παρακείμενη βιομηχανία.



Από κάθε περιοχή οι ερευνητές πήραν, με βάση ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, πέντε δείγματα νερού. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι συγκεντρώσεις διαλυμένου οξυγόνου (σε ppm) στις τέσσερις περιοχές (το ένα από τα πέντε δείγματα νερού που ελήφθησαν από την περιοχή K4 χάθηκε).

		Συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου (σε ppm)				
Περιοχή	K1	5.9	6.1	6.3	6.1	6.0
	K2	6.3	6.6	6.4	6.4	6.5
	K3	4.8	4.3	5.0	4.7	5.1
	K4	6.0	6.2	6.1	5.8	

- α) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα δεδομένα ότι μεταξύ των τεσσάρων περιοχών υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου; β) Εξηγήστε τι έλεγχο, γιατί και με ποιες παραδοχές κάνατε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α).
5. Στο πλαίσιο μιας περιβαλλοντικής μελέτης, μια ερευνητική ομάδα του Τμήματος Γεωπονικής Βιοτεχνολογίας του Γ.Π.Α., μελέτησε την ανάπτυξη της βλάστησης σε τέσσερις ελώδεις περιοχές της χώρας στις οποίες δεν είχε γίνει ανθρώπινη παρέμβαση (καλλιέργειες, προσχώσεις, κ.τλ.). Ειδικότερα, και ως μέρος της μελέτης, μια προκαθορισμένη ημέρα του Μαΐου η ερευνητική ομάδα επέλεξε τυχαία 6 φυτά ενός συγκεκριμένου είδους από κάθε περιοχή και μέτρησε το μήκος των φύλλων κάθε φυτού (σε cm). Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται το μέσο μήκος είκοσι τυχαία επιλεγμένων φύλλων κάθε φυτού που επελέγη για να χρησιμοποιηθεί στην έρευνα.

		Μέσο μήκος 20 φύλλων κάθε φυτού (σε cm)					
Περιοχή	1	5.7	6.3	6.1	6.0	5.8	6.2
	2	6.2	5.3	5.7	6.0	5.2	5.5
	3	5.4	5.0	6.0	5.6	4.9	5.2
	4	3.7	3.2	3.9	4.0	3.5	3.6

- α) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, δίνουν αυτά τα δεδομένα αποδείξεις ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στο μέσο μήκος των φύλλων των φυτών του συγκεκριμένου είδους μεταξύ των τεσσάρων περιοχών; β) Εξηγήστε τι έλεγχο, γιατί και με ποιες παραδοχές κάνατε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α); γ) Ποια παραδοχή από αυτές που χρειάστηκε να κάνετε για να απαντήσετε

στο ερώτημα (α) είναι εύλογο να θεωρήσετε ότι πράγματι ισχύει (κατά προσέγγιση).

6. Να συμπληρώσετε τον πίνακα ANOVA που ακολουθεί.

Πηγή μεταβλητότητας	B.E.	Άθροισμα τετραγώνων SS	Μέσο άθροισμα τετραγώνων MS	Κριτήριο F
Επεμβάσεις	4			6.40
Σφάλμα			10.60	
Ολική		377.36		

Ο παράγοντας του οποίου η επίδραση μελετάται, είναι σε επίπεδο σημαντικότητας 5% στατιστικά σημαντικός;

7. Ένας ερευνητής προκειμένου να συγκρίνει τέσσερα είδη (A1, A2, A3 και A4, αντίστοιχα) πρόσθετης ύλης ζωοτροφών (feed additives) για αύξηση του βάρους χοίρων, σχεδίασε το εξής πείραμα. Από πέντε διαφορετικές γέννες επέλεξε τυχαία 4 χοίρους από την κάθε μία. Δημιούργησε έτσι, 5 τετράδες χοίρων (Γ1, Γ2, Γ3, Γ4 και Γ5, αντίστοιχα) και στους χοίρους κάθε τετράδας αντιστοίχησε, με μια τυχαία διαδικασία, από μία πρόσθετη ύλη ζωοτροφών. Στη συνέχεια, εκτέλεσε το πείραμα και κατέγραψε την αύξηση του βάρους κάθε χοίρου (σε pounds). Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι μετρήσεις που πήρε ο ερευνητής.

		Πρόσθετη ύλη ζωοτροφών			
		A1	A2	A3	A4
Γέννα	Γ1	78	69	78	85
	Γ2	66	64	70	70
	Γ3	81	78	72	83
	Γ4	76	66	77	74
	Γ5	61	66	69	70

α) Εξηγείστε τι τύπου πειραματικό σχέδιο επέλεξε να εφαρμόσει ο ερευνητής. Κρίνετε εύλογη αυτή την επιλογή; β) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα πειραματικά δεδομένα ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση αύξηση του βάρους των χοίρων που να οφείλονται στα τέσσερα είδη πρόσθετης ύλης ζωοτροφών; γ) Αν στο πλαίσιο της πτυχιακής σας εργασίας πρέπει να σχεδιάσετε και να εκτελέσετε ένα πείραμα για να απαντήσετε στο ερευνητικό ερώτημα που απάντησε ο ερευνητής, ως πειραματικό σχέδιο θα επιλέγατε αυτό που επέλεξε ο ερευνητής;

8. Μια ομάδα ερευνητών προκειμένου να συγκρίνει την επίδραση τριών μεθόδων προετοιμασίας του εδάφους στην ανάπτυξη ενός είδους πεύκης κατά το πρώτο έτος από τη φύτευση, σχεδίασε το εξής πείραμα. Επέλεξε τέσσερις εκτάσεις (ίδιου εμβαδού) σε τέσσερις διαφορετικές δασικές περιοχές και κάθε μια τη διαίρεσε σε τρία πειραματικά τεμάχια ίδιου εμβαδού. Σε καθένα από τα τρία πειραματικά τεμάχια κάθε έκτασης αντιστοίχησε, με μια τυχαία διαδικασία, μια από τις τρεις μεθόδους προετοιμασίας του εδάφους. Στη συνέχεια, σε κάθε πειραματικό τεμάχιο, αφού προετοίμασε το έδαφος με την αντίστοιχη μέθοδο, φύτεψε τον ίδιο αριθμό δενδρυλλίων πεύκης. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται, για κάθε πειραματικό τεμάχιο, η μέση ανάπτυξη (κατά το πρώτο έτος) των δενδρυλλίων που φυτεύθηκαν σε αυτό (σε cm).

		Τοποθεσία			
		E1	E2	E3	E4
Μέθοδος	M1	11	13	16	10
	M2	15	17	20	12
	M3	10	15	13	10

- α) Εξηγείστε τι τύπου πειραματικό σχέδιο επέλεξαν να εφαρμόσουν οι ερευνητές. Ποια παραδοχή υποθέτετε ότι έκαναν και επέλεξαν το συγκεκριμένο πειραματικό σχέδιο; β) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα πειραματικά δεδομένα ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση ανάπτυξη των δενδρυλλίων που να οφείλονται στη μέθοδο προετοιμασίας του εδάφους; γ) Από το αποτέλεσμα της ανάλυσης που κάνατε, κρίνετε ότι «δικαιώθηκε» η σχεδιαστική επιλογή των ερευνητών;
9. Ο Οργανισμός Ελληνικών Γεωργικών Ασφαλίσεων (ΕΛ.Γ.Α.) θέλει να ελέγξει αν οι εκτιμήσεις των ζημιών στις γεωργικές καλλιέργειες που κάνουν οι τρεις γεωπόνοι (Γ1, Γ2 και Γ3, αντίστοιχα) που χρησιμοποιεί ως εκτιμητές στο νομό Λάρισας, διαφέρουν μεταξύ τους. Για το σκοπό αυτό, επέλεξε από το νομό Λάρισας τέσσερις διαφορετικές καλλιέργειες (Κ1, Κ2, Κ3 και Κ4, αντίστοιχα) που υπέστησαν ζημιά από δυσμενή καιρικά φαινόμενα και ζήτησε από τους τρεις εκτιμητές να εκτιμήσουν, ο καθένας ανεξάρτητα από τους άλλους, τη ζημιά σε κάθε μία από τις τέσσερις καλλιέργειες. Οι εκτιμήσεις που έκαναν οι τρεις γεωπόνοι/εκτιμητές (σε €/στρέμμα) δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

		Καλλιέργεια			
		K1	K2	K3	K4
Εκτιμητής	Γ1	169	182	185	173
	Γ2	184	193	191	189
	Γ3	173	187	180	190

- α) Εξηγείστε τι τύπου πειραματικό σχέδιο επέλεξε να εφαρμόσει ο ΕΛ.Γ.Α. β) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα δεδομένα ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στις μέσες εκτιμήσεις των ζημιών μεταξύ των τριών γεωπόνων/εκτιμητών; γ) Από το αποτέλεσμα της ανάλυσης που κάνατε, κρίνετε ότι επιβεβαιώθηκε η σχεδιαστική επιλογή του ΕΛ.Γ.Α. ή μήπως όχι;
10. Ο πίνακας ANOVA που ακολουθεί προέκυψε από τις παρατηρήσεις που πήραμε από ένα πείραμα *τυχαιοποιημένων πλήρων ομάδων*.

Πηγή μεταβλητότητας	B.E.	Άθροισμα τετραγώνων SS	Μέσο άθροισμα τετραγώνων MS	Κριτήριο F
Επεμβάσεις	4	14.2		
Blocks		18.9		
Σφάλμα	24			
Ολική	34	41.9		

- α) Πόσα blocks δημιουργήθηκαν; β) Πόσες παρατηρήσεις ελήφθησαν για κάθε στάθμη των επεμβάσεων; γ) Πόσες παρατηρήσεις ελήφθησαν από κάθε block; δ) Να συμπληρώσετε τον πίνακα και ε) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα δεδομένα ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μέσων των επεμβάσεων; Μεταξύ των μέσων των blocks;

11. Ένας ερευνητής προκειμένου να συγκρίνει τέσσερις χημικές ουσίες (A1, A2, A3 και A4, αντίστοιχα) που χρησιμοποιούνται για τη μείωση της συγκράτησης/απορρόφησης νερού από νήματα, σχεδίασε το εξής πείραμα. Από καθένα από τρία διαφορετικά είδη νήματος, έκοψε τυχαία ένα κομμάτι ορισμένου μήκους, και στη συνέχεια, κάθε κομμάτι το έκοψε σε τέσσερα ίσα κομμάτια. Δημιούργησε έτσι, 3 ομάδες των τεσσάρων κομματιών νήματος η κάθε μια (K1, K2 και K3, αντίστοιχα). Τέλος, στα κομμάτια κάθε ομάδας αντιστοίχησε, με μια τυχαία διαδικασία, από μία χημική ουσία και εκτέλεσε το πείραμα. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται το πειραματικό σχέδιο και οι μετρήσεις που πήρε ο ερευνητής (μικρότερη τιμή σημαίνει συγκράτηση λιγότερης υγρασίας).

K1	K2	K3
A3 9.9	A4 13.4	A2 12.7
A1 10.1	A2 12.9	A4 12.9
A2 11.4	A1 12.2	A3 11.4
A4 12.1	A3 12.3	A1 11.9

- α) Εξηγείστε τι τύπου πειραματικό σχέδιο επέλεξε να εφαρμόσει ο ερευνητής. β) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα πειραματικά δεδομένα ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των μέσων των τεσσάρων επεμβάσεων; γ) Από το αποτέλεσμα της ανάλυσης που κάνατε, κρίνετε ότι «δικαιώθηκε» η σχεδιαστική επιλογή του ερευνητή;
12. Για να συγκρίνουμε δυο αντιδιαβρωτικά επιστρώματα σωλήνων, έστω A και B, κάναμε το εξής πείραμα. Σε κάθε μία από 10 τυχαία επιλεγμένες περιοχές τοποθετήσαμε μέσα στο έδαφος δύο σωλήνες, τον ένα δίπλα στον άλλο, στο ίδιο βάθος και για ίδιο χρονικό διάστημα. Ο ένας σωλήνας από τους δύο που τοποθετήθηκαν σε κάθε περιοχή, είχε επιστρωθεί με το αντιδιαβρωτικό A και ο άλλος με το αντιδιαβρωτικό B. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνεται ο βαθμός διάβρωσης κάθε σωλήνα (σε $10^{-3} in$) στις δέκα περιοχές.

	Περιοχή									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Βαθμός διάβρωσης με επίστρωμα A (σε $10^{-3} in$)	47	52	55	76	57	58	39	54	46	71
Βαθμός διάβρωσης με επίστρωμα B (σε $10^{-3} in$)	45	42	46	69	58	54	40	46	42	53

- Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν τα πειραματικά δεδομένα ότι τα δύο αντιδιαβρωτικά δεν έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα;
- Στο ερώτημα αυτό απαντήσαμε σε προηγούμενη ενότητα κάνοντας κατάλληλο *t-test*. Μπορείτε να απαντήσετε στο ίδιο ερώτημα εφαρμόζοντας άλλη μέθοδο στατιστικής ανάλυσης; Πώς συγκρίνετε τις δύο μεθόδους;
13. Ένας ερευνητής, για να μελετήσει πώς επηρεάζεται η βλάστηση των φασολιών από το είδος μυκητοκτόνων που χρησιμοποιούνται και την ποικιλία των φασολιών, σχεδίασε ένα 3×3 παραγοντικό πείραμα εντελώς τυχαιοποιημένο με τέσσερις επαναλήψεις για κάθε συνδυασμό μυκητοκτόνου-ποικιλίας. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι μετρήσεις που πήρε ο ερευνητής μετά την εκτέλεση του πειράματος (ως ποσοστό βλάστησης, %).

		Μυκητοκτόνο					
		M1		M2		M3	
Ποικιλία	Α	78	62	82	78	92	85
		72	68	70	75	87	90
	Β	65	70	72	68	85	79
		75	69	73	76	84	80
	Γ	81	78	87	83	94	90
		75	85	82	85	89	95

α) Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα πειραματικά δεδομένα ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στη βλάστηση των φασολιών που να οφείλεται i) στην αλληλεπίδραση μεταξύ ποικιλιών και μυκητοκτόνων ii) στην ποικιλία των φασολιών iii) στο είδος μυκητοκτόνου β) Ποιες υποθέσεις χρειάστηκε να κάνετε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α);

14. Στο πλαίσιο μιας έρευνας για τη διερεύνηση του βαθμού ικανοποίησης των ασθενών από τις προσφερόμενες υπηρεσίες περίθαλψης σε νοσοκομεία του Ε.Σ.Υ., επελέγησαν τυχαία 5 ασθενείς από κάθε μία από 3 κλινικές (Καρδιολογική, Παθολογική και Ορθοπεδική, αντίστοιχα) δύο νοσοκομείων του Ε.Σ.Υ. (έστω Α και Β). Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται ο βαθμός ικανοποίησης κάθε ασθενούς σε μια κλίμακα από 0 (ελάχιστη ικανοποίηση) έως 10 (μέγιστη ικανοποίηση).

		Νοσοκομείο					
		Α			Β		
Κλινική	Καρδ.	7	6	5	8	9	7
		7	4		9	8	
	Παθ.	8	7	5	6	5	6
		5	6		7	5	
	Ορθ.	4	3	5	7	6	5
		6	5		5	7	

α) Τι τύπου πειραματικό σχέδιο εφαρμόστηκε; β) Να κάνετε κατάλληλη στατιστική ανάλυση των δεδομένων που προέκυψαν από την έρευνα αφού προηγουμένως ελέγξετε αν ικανοποιούνται οι απαιτούμενες προϋποθέσεις. γ) Να διατυπώσετε τα συμπεράσματά σας σε μια μικρή παράγραφο.

15. Στο πλαίσιο της πτυχιακής εργασίας σας, μεταξύ άλλων, σχεδιάσατε ένα 3x4 παραγοντικό πείραμα για να διερευνήσετε πώς επηρεάζεται το αποτέλεσμα ενός χημικού πειράματος από τη διαφοροποίηση του καταλύτη και της θερμοκρασίας. Για κάθε συνδυασμό καταλύτη-θερμοκρασίας εκτελέσατε το πείραμα μία φορά. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων που πήρατε δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί (σε ppm).

		Καταλύτης			
		Α	Β	Γ	Δ
Θερμοκρασία	T1	53	59	58	50
	T2	57	65	62	60
	T3	52	62	54	52

α) Να κάνετε κατάλληλη στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων των πειραμάτων. β) Μπορείτε να ελέγξετε αν υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στο αποτέλεσμα του χημικού πειράματος που να οφείλεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ καταλύτη και θερμοκρασίας; γ) Να γράψετε μια μικρή παράγραφο στην οποία να διατυπώνετε τα συμπεράσματά σας από τη στατιστική ανάλυση που κάνατε καθώς και τις παραδοχές που χρειάστηκε να κάνετε.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1. α) Εντελώς τυχαιοποιημένο σχέδιο β) Όχι, αφού $F = 2.57$ ενώ $F_{2;12;0.05} = 3.89$
 γ) Τα δείγματα προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς με ίσες διασπορές.
2. α) Όχι, αφού $F = 2.25$ ενώ $F_{3;8;0.05} = 4.07$ β) Πρόκειται για εντελώς τυχαιοποιημένο σχέδιο με τέσσερις επεμβάσεις επομένως ελέγχουμε τους μέσους τεσσάρων πληθυσμών με τέσσερα ανεξάρτητα δείγματα. Με την υπόθεση ότι τα δείγματα προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς με ίσες διασπορές κάνουμε ANOVA με έναν παράγοντα.
3. α) Ναι, αφού $F = 5.81 > F_{2;15;0.05} = 3.68$ β) Πρόκειται για εντελώς τυχαιοποιημένο σχέδιο με τρεις επεμβάσεις επομένως ελέγχουμε τους μέσους τριών πληθυσμών με τρία ανεξάρτητα δείγματα. Με την υπόθεση ότι τα δείγματα προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς με ίσες διασπορές κάνουμε ANOVA με έναν παράγοντα.
4. α) Ναι, αφού $F = 63.66 > F_{3;15;0.05} = 3.29$ β) βλ. ερώτημα (β) της άσκησης 2.
5. α) Ναι, αφού $F = 57.38 > F_{3;20;0.05} = 3.10$ β) βλ. ερώτημα (β) της άσκησης 2 γ) Η υπόθεση της κανονικότητας των πληθυσμών γιατί από κάθε φυτό, ως παρατήρηση, παίρνουμε ένα δειγματικό μέσο (το μέσο μήκος 20 φύλλων).
6. Ναι, αφού $F = 6.40 > F_{4;10;0.05} = 3.48$.
7. α) Τυχαιοποιημένων πλήρων ομάδων. Ναι γιατί υποθέτει ότι η αύξηση του βάρους επηρεάζεται και από γενετικούς παράγοντες και επιδιώκει να απομονώσει από τη συνολική μεταβλητότητα της αύξησης τους βάρους αυτή που οφείλεται σε αυτούς τους παράγοντες β) Όχι, αφού $F = 3.17$ ενώ $F_{3;12;0.05} = 3.49$ γ) Ναι, γιατί βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση αύξηση του βάρους που οφείλονται στις γέννες (δηλ. μεταξύ των blocks) ($F = 7.55 > F_{4;22;0.05} = 3.26$).
8. α) Τυχαιοποιημένων πλήρων ομάδων. Ότι η ανάπτυξη επηρεάζεται και από την τοποθεσία β) Ναι, αφού $F = 10.06 > F_{2;6;0.05} = 5.14$ γ) Ναι, γιατί βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση ανάπτυξη που οφείλονται στις τοποθεσίες (δηλ. μεταξύ των blocks) ($F = 10.88 > F_{3;6;0.05} = 4.76$).
9. α) Τυχαιοποιημένων πλήρων ομάδων με 4 blocks (καλλιέργειες) και 3 επεμβάσεις (εκτιμητές) σε κάθε block β) Ναι, αφού $F = 6.46 > F_{2;6;0.05} = 5.14$
 γ) Όχι, γιατί δε βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στις μέσες εκτιμήσεις που να οφείλονται στις καλλιέργειες (μεταξύ των blocks) ($F = 3.75$ ενώ $F_{3;6;0.05} = 4.76$).
10. α) 7 β) 7 γ) 5 ε) Ναι, $F = 9.68 > F_{4;24;0.05} = 2.78$. Ναι, $F = 8.59 > F_{6;24;0.05} = 2.51$.
11. α) Τυχαιοποιημένων πλήρων ομάδων με 3 blocks (κομμάτια νήματος) και 4 επεμβάσεις (χημικές ουσίες) σε κάθε block β) Ναι, αφού $F = 19.44 > F_{3;6;0.05} = 4.76$ γ) Ναι, γιατί βρέθηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση συγκέντρωση υγρασίας που οφείλονται στα κομμάτια νήματος (δηλ. μεταξύ των blocks) ($F = 40.21 > F_{2;6;0.05} = 5.14$).
12. Με ANOVA (για τυχαιοποιημένες πλήρεις ομάδες με 10 blocks και 2 επεμβάσεις σε κάθε block) προκύπτει το ίδιο συμπέρασμα αφού $F = 10.95 > F_{1;9;0.05} = 5.12$. Οι δυο έλεγχοι είναι ισοδύναμοι. Παρατηρείστε ότι $F = 10.95 = t^2 = 3.3^2$ και $F_{1;9;0.05} = 5.12 = (t_{9;0.025})^2 = 2.262^2$.

13. α) i. Όχι, αφού $F = 0.8713$ ενώ $F_{4,27;0.05} = 2.73$
 ii. Ναι, αφού $F = 21.37 > F_{2,27;0.05} = 3.35$
 iii. Ναι, αφού $F = 39.08 > F_{2,27;0.05} = 3.35$.
- β) Για κάθε συνδυασμό ποικιλίας-μυκητοκτόνου, τα αντίστοιχα δείγματα προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς με ίσες διασπορές.
14. α) 3×2 παραγοντικό πείραμα εντελώς τυχαιοποιημένο με πέντε επαναλήψεις για κάθε συνδυασμό κλινικής-νοσοκομείου. β) Υπάρχει στατιστικά σημαντική αλληλεπίδραση των δύο παραγόντων στη μέση ικανοποίηση των ασθενών (αφού $F = 4.25 > F_{2,24;0.05} = 3.40$) και επομένως υπάρχει επίδραση και του κάθε παράγοντα ξεχωριστά γ)
15. α) Ο παράγοντας θερμοκρασία έχει στατιστικά σημαντική επίδραση στο αποτέλεσμα του πειράματος αφού $F = 12 > F_{2,6;0.05} = 5.14$ καθώς και ο παράγοντας καταλύτης αφού $F = 11 > F_{3,6;0.05} = 4.76$ β) Όχι γιατί για κάθε συνδυασμό θερμοκρασίας-καταλύτη έχουμε μια μόνο παρατήρηση γ)....