**Γραπτή Εξέταση Περιόδου Σεπτεμβρίου 2008**
**στο Μάθημα <u>Στατιστική</u>**

**<u>Α΄ ΣΕΙΡΑ ΘΕΜΑΤΩΝ</u>** **29.9.2008**

**1. [20]** Μια βιομηχανία τροφίμων προμηθεύεται νωπά κοτόπουλα από τρεις διαφορετικούς παραγωγούς Α, Β, Γ. Το 20% των κοτόπουλων που βρίσκονται στο ψυγείο της βιομηχανίας μια συγκεκριμένη ημέρα προέρχονται από τον προμηθευτή Α, το 30% από τον Β και το 50% από τον Γ. Η πιθανότητα να έχει ελεγχθεί υγειονομικά ένα κοτόπουλο είναι 0.7 αν προέρχεται από τον παραγωγό Α, 0.4 αν προέρχεται από τον Β και 0.3 αν προέρχεται από τον Γ. Τη συγκεκριμένη ημέρα, επιλέγουμε τυχαία ένα κοτόπουλο από το ψυγείο της βιομηχανίας: **α)** Ποια είναι η πιθανότητα το κοτόπουλο που επιλέξαμε να έχει ελεγχθεί υγειονομικά. Ερμηνεύστε την πιθανότητα αυτή ως ποσοστό. **β)** Αν το κοτόπουλο που επιλέξαμε έχει ελεγχθεί υγειονομικά, ποια είναι η πιθανότητα να προέρχεται από τον παραγωγό Α. Ερμηνεύστε την πιθανότητα αυτή ως ποσοστό. **γ)** Να συγκρίνετε την εκ των προτέρων πιθανότητα να επιλεγεί ένα κοτόπουλο που προέρχεται από τον παραγωγό Α με την αντίστοιχη εκ των υστέρων πιθανότητα που υπολογίσατε στο ερώτημα (β) και να σχολιάσετε ως προς την ανεξαρτησία τα σχετικά ενδεχόμενα.

**2. [15]** Η διάρκεια ζωής X (σε Km) ενός τύπου ελαστικών για αγροτικά μηχανήματα ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 34.000\ Km$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 4.000\ km$. Επιλέγουμε τυχαία ένα τέτοιο ελαστικό: **α)** Ποια είναι η πιθανότητα να έχει διάρκεια ζωής μεγαλύτερη από 40.000 *Km*. **β)** Ποια είναι η πιθανότητα να έχει διάρκεια ζωής μεταξύ 30.000 και 35.000 *Km*. **γ)** Δεδομένου ότι ήδη έχει «ζήσει» 30.000 *Km,* ποια είναι η πιθανότητα να «ζήσει» τουλάχιστον 10.000 *Km* επιπλέον.

**3. [15]** Ο χρόνος ζωής (σε ώρες) ενός συγκεκριμένου τύπου λαμπτήρων που χρησιμοποιούνται σε ένα ορνιθοτροφείο είναι μια συνεχής τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{αν} \quad x \le 100 \\ \dfrac{100}{x^2} & \text{αν} \quad x > 100. \end{cases}$$

**α)** Ποια είναι η πιθανότητα ένας λαμπτήρας αυτού του τύπου να χρειασθεί να αντικατασταθεί σε 150 ή λιγότερες ώρες από την έναρξη λειτουργίας του (οι λαμπτήρες μένουν συνεχώς αναμένοι χωρίς διακοπή). **β)** Ποια είναι η πιθανότητα, ακριβώς 2 από 5 τέτοιους λαμπτήρες να χρειασθεί να αντικατασταθούν σε 150 ή λιγότερες ώρες από την έναρξη λειτουργίας τους. **γ)** Τι υποθέσεις κάνατε για να απαντήσετε στο (β) ερώτημα;

**4. [15]** Τα προηγούμενα χρόνια, το μέσο βάρος των μοσχαριών μιας φάρμας πριν από τη σφαγή, ήταν 180 κιλά και η τυπική απόκλιση 32 κιλά. Φέτος τα μοσχάρια διατράφηκαν με μια καινούρια δίαιτα. Πήραμε ένα δείγμα 64 μοσχαριών που ακολούθησαν τη δίαιτα αυτή και βρήκαμε οτι το μέσο βάρος τους ήταν 192 κιλά. α) Να ελεγχθεί σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.01 αν η καινούρια δίαιτα αυξάνει το βάρος των μοσχαριών. β) Να δοθεί ένα 98% διάστημα εμπιστοσύνης για το μέσο βάρος των μοσχαριών που ακολουθούν την καινούρια δίαιτα.

**5. [10]** Σε ένα δείγμα από 212 κομμάτια σχιστόλιθου από μία περιοχή, βρέθηκε ότι τα ποσοστά του φωσφορίτη $Ca_3(PO_4)_2$ ήταν:

| Ποσοστό % | 14-16 | 16-18 | 18-20 | 20-22 | 22-24 | 24-26 | 26-28 | 28-30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Πλήθος | 1 | 1 | 5 | 20 | 44 | 54 | 57 | 30 |

Να βρεθεί ο μέσος, η διάμεσος και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος των ποσοστών του φωσφορίτη του δείγματος.

**6. [17]** Δύο εμβόλια Α και Β, για κάποια ασθένεια, συγκρίθηκαν με ένα εμβόλιο Γ που περιείχε απεσταγμένο νερό. Ο αριθμός των μοσχαριών που εμβολιάστηκαν με τα εμβόλια και δεν αρρώστησαν ή αρρώστησαν από την ασθένεια αυτή στα επόμενα δύο χρόνια ήταν:

| | Εμβόλια | | |
|---|---|---|---|
| | Α | Β | Γ |
| Δεν αρρώστησαν | 147 | 153 | 100 |
| Αρρώστησαν | 23 | 27 | 50 |

Σε στάθμη σημαντικότητας 5% να εξετάσετε: α) Αν τα εμβόλια Α, Β, Γ έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα. β) Αν τα εμβόλια Α, Β έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα.

**7. [10]** Η απόδοση σε γάλα (Kg/24h) μιας προβατίνας που έχει γεννήσει, υπολογίζεται ζυγίζοντας το νεογνό πριν και μετά τον θηλασμό. Πήραμε δείγματα από τρεις διαφορετικούς πληθυσμούς (φυλές) προβάτων και τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

| Φυλές | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 2.4 | 2.7 | 1.8 | 3.2 | 3.4 | 2.6 | |
| $A_2$ | 3.2 | 3.4 | 4.1 | 2.8 | 2.9 | | |
| $A_3$ | 3.9 | 4.2 | 3.6 | 2.8 | 3.4 | 3.7 | 3.5 |

Υπάρχει διαφορά μεταξύ των τριών φυλών ως προς την απόδοση γάλακτος σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ; Να διατυπώσετε με ακρίβεια τις υποθέσεις που ελέγχετε και να εξηγήσετε με σαφήνεια που στηρίζετε το συμπέρασμά σας.
(Δίνονται: SSA= 2.6, SST=6.5).

**- Δίνονται οι τιμές Φ(z) της συνάρτησης κατανομής της τυποποιημένης Κανονικής Κατανομής στο σημείο z.**

Φ(0.14)=0.5557, Φ(0.25)=0.5987, Φ(0.45)=0.6736, Φ(0.57)=0.7157, Φ(0.85)=0.8023, Φ(1)=0.8413, Φ(1.25)=0.8944, Φ(1.5)=0.9332, Φ(2.33)=0.99, Φ(3.59)=0.9998.

**- Κριτικές τιμές $Z_\alpha$ της τυποποιημένης κανονικής κατανομής σε επίπεδο σημαντικότητας α**

$Z_{0.005}=2.57$ $Z_{0.01}=2.33$ $Z_{0.02}=2.05$ $Z_{0.025}=1.96$ $Z_{0.05}=1.64$ $Z_{0.10}=1.28$

**- Κριτικές τιμές $\chi^2_\kappa$ (α) της $X^2$ κατανομής με k βαθμούς ελευθερίας και για επίπεδο σημαντικότητας α.**

$\chi^2_1(0.05) = 3.8$ $\chi^2_2(0.05) = 6.0$ $\chi^2_3(0.05) = 7.8$ $\chi^2_4(0.05) = 9.5$ $\chi^2_5(0.05) = 11.1$

**- Κριτικές τιμές $t_k(\alpha)$ της t κατανομής με k βαθμούς ελευθερίας και για επίπεδο σημαντικότητας α.**

$t_5(0.025) = 2.57$ $t_{10}(0.025) = 2.23$ $t_5(0.005) = 4.03$ $t_{19}(0.025) = 2.09$
$t_5(0.05) = 2.01$ $t_{10}(0.05) = 1.81$ $t_5(0.01) = 3.36$ $t_{19}(0.05) = 1.73$

**- Κριτικές τιμές $F_{\mu,\nu}(\alpha)$ της F κατανομής με μ και ν βαθμούς ελευθερίας για επίπεδο σημαντικότητας α.**

$F_{2,,15}(0.05) = 3.68$ $F_{2,18}(0.05) = 3.55$ $F_{2,21}(0.05) = 3.47$
$F_{2,17}(0.05) = 3.59$ $F_{1,18}(0.05) = 4.41$ $F_{2,23}(0.05) = 3.42$

<u>**Ενδεικτικές απαντήσεις ή υποδείξεις (Α΄ Σειρά)**</u>

**1ο Θέμα**

Έστω τα ενδεχόμενα:
Ε: το κοτόπουλο που επελέγη έχει ελεγχθεί υγειονομικά,
Α: το κοτόπουλο που επελέγη προέρχεται από τον παραγωγό Α,
Β: το κοτόπουλο που επελέγη προέρχεται από τον παραγωγό Β,
Γ: το κοτόπουλο που επελέγη προέρχεται από τον παραγωγό Γ.
Δίνονται οι πιθανότητες:
$P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.3$, $P(\Gamma) = 0.5$, $P(E/A) = 0.7$, $P(\mathrm{E}/\mathrm{B}) = 0.4$, $P(\mathrm{E}/\Gamma) = 0.3$.

α) Από το θεώρημα ολικής πιθανότητας έχουμε:
$P(E) = P(E/A)P(A) + P(E/B)P(B) + P(E/\Gamma)P(\Gamma) = 0.41$.
Άρα από τα κοτόπουλα που βρίσκονται στο ψυγείο τη συγκεκριμένη ημέρα έχει ελεγχθεί υγειονομικά ποσοστό 41%.

β) Ζητείται η δεσμευμένη πιθανότητα $P(A/E)$. Από τον τύπο του Bayes έχουμε
$P(A/E) = \dfrac{P(E/A)P(A)}{P(E)} = \dfrac{0.7 \cdot 0.2}{0.41} = 0.34$. Άρα, από τα κοτόπουλα που βρίσκονται στο ψυγείο τη συγκεκριμένη ημέρα και έχουν ελεγχθεί υγειονομικά, ποσοστό 34% προέρχονται από τον παραγωγό Α.

γ) Τα ενδεχόμενα $A$ και $E$ δεν είναι ανεξάρτητα αφού $P(A) = 0.2 \neq 0.34 = P(A/E)$. Με όρους του προβλήματος, αυτό σημαίνει ότι η πληροφορία ότι το κοτόπουλο που επελέγη έχει ελεγχθεί υγειονομικά αυξάνει την πιθανότητα το κοτόπουλο αυτό να προέρχεται από τον παραγωγό Α από 20% σε 34%.

**2ο Θέμα**

α) $P(X > 40000) = P\left(Z \geq \dfrac{40000 - 34000}{4000}\right) = P(Z > 1.5) = 1 - \Phi(1.5) = 0.0668$

β) $P(30000 < X < 35000) = P\left(\dfrac{30000 - 34000}{4000} \leq Z \leq \dfrac{35000 - 34000}{4000}\right) =$

$= P(-1 \leq Z \leq 0.25) = \Phi(0.25) - \Phi(-1) = \Phi(0.25) - [1 - \Phi(1)] = \Phi(0.25) - 1 + \Phi(1) = 0.44$

γ) Ζητείται η δεσμευμένη πιθανότητα $P(X > 40000/X > 30000)$.

$$P(X > 40000/X > 30000) = \frac{P(X > 40000)}{P(X > 30000)} = \frac{P(Z > 1.5)}{P(Z > -1)} = \frac{1 - \Phi(1.5)}{1 - \Phi(-1)} =$$

$$= \frac{0.0668}{1 - [1 - \Phi(1)]} = \frac{0.0668}{\Phi(1)} = 0.079$$

**3ο Θέμα**

α) Ζητείται η πιθανότητα $P(0 \leq X \leq 150) = \int_0^{150} f(x)\,dx = \int_{100}^{150} \frac{100}{x^2}\,dx = \dfrac{1}{3}$.

β) Έστω Υ ο αριθμός των λαμπτήρων (από τους πέντε) που θα ζήσουν το πολύ μέχρι 150 ώρες ο καθένας. Προφανώς $Y \sim B(5, \frac{1}{3})$ και επομένως η ζητούμενη πιθανότητα είναι $P(Y = 2) = \binom{5}{2} \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = 0.329$.

γ) Έστω $E_i$, $i = 1,2,3,4,5$ τα ενδεχόμενα: ο $i$ λαμπτήρας ζει το πολύ μέχρι 150 ώρες από την έναρξη λειτουργίας του. Για την απάντηση στο ερώτημα (β) υποθέσαμε ότι τα ενδεχόμενα αυτά είναι ανεξάρτητα με πιθανότητα να συμβεί το καθένα ίση με $\dfrac{1}{3}$.

**4ο Θέμα**
α) Έλεγχος: της $H_0 : \mu = 180$ έναντι της $H_1 : \mu > 180$ (με $\sigma = 32$ γνωστό και $n = 64 > 30$)
β) Διάστημα εμπιστοσύνης για τον μέσο $\mu$ (με $\sigma = 32$ γνωστό και $n = 64 > 30$)

**5ο Θέμα**
Απλή άσκηση περιγραφικής στατιστικής

**6ο Θέμα**
α) Έλεγχος $X^2$ της $H_0$ : *Τα τρία εμβόλια έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα* έναντι της $H_1$ : *Τα τρία εμβόλια δεν έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα.*
β) Έλεγχος δύο αναλογιών-ποσοστών (της $H_0 : p_A = p_B$ έναντι της $H_1 : p_A \neq p_B$);ή έλεγχος $X^2$ της $H_0$ : *Τα εμβόλια Α, Β έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα* έναντι της $H_1$ : *Τα εμβόλια Α, Β δεν έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα..*

**7ο Θέμα**
Απλό πρόβλημα Ανάλυσης Διασποράς με έναν παράγοντα.

**Γραπτή Εξέταση Περιόδου Σεπτεμβρίου 2008**
**στο Μάθημα Στατιστική**

**Β΄ ΣΕΙΡΑ ΘΕΜΑΤΩΝ** **29.9.2008**

**1. [20] α)** Ζητήσατε από έναν γείτονά σας να ποτίσει κατά τη διάρκεια των διακοπών σας ένα φυτό εσωτερικού χώρου που διατηρείτε στο σπίτι σας. Αν το φυτό δεν ποτισθεί, κινδυνεύει να μη ζήσει με πιθανότητα 0.8. Επειδή το φυτό είναι ασθενικό-καχεκτικό, ακόμη και αν ποτισθεί, κινδυνεύει να μη ζήσει με πιθανότητα 0.15. Αν η πιθανότητα να θυμηθεί ο γείτονάς σας να ποτίσει το φυτό είναι 0.9: **i)** ποια είναι η πιθανότητα το φυτό να ζήσει **ii)** ποια είναι η πιθανότητα ο γείτονας να ξέχασε να ποτίσει το φυτό δεδομένου ότι αυτό δεν επέζησε.
**β)** Η πρόταση που ακολουθεί είναι αληθής ή ψευδής; *«Αν τα ενδεχόμενα Α, Β με* $P(A) > 0$ *και* $P(B) > 0$ *είναι ανεξάρτητα τότε είναι και ξένα».* Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**2. [15]** Το ύψος της ετήσιας βροχόπτωσης X (σε inches) σε μια συγκεκριμένη περιοχή ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 40.2$ *inches* και τυπική απόκλιση $\sigma = 8.4$ *inches*. **α)** Ποια είναι η πιθανότητα, το επόμενο έτος το ύψος της βροχόπτωσης **i)** να ξεπεράσει τις 44 *inches* **ii)** να είναι μικρότερο από 45 και μεγαλύτερο από 39 *inches* **β)** Τι ύψος βροχόπτωσης $\xi$ πρέπει να συμβεί σε ένα έτος ώστε το έτος αυτό να ανήκει στο 1% των ετών με το μεγαλύτερο ύψος βροχόπτωσης.

**3. [15]** Ο χρόνος αλλοίωσης (σε ημέρες) ενός συγκεκριμένου τυποποιημένου γαλακτοκομικού προϊόντος είναι μια συνεχής τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{αν } x \le 10 \\ \dfrac{10}{x^2} & \text{αν } x > 10. \end{cases}$$

**α)** Ποια είναι η πιθανότητα ένα τέτοιο προϊόν να αλλοιωθεί σε περισσότερες από 15 και λιγότερες από 20 ημέρες. **β)** Ένας ελεγκτής κάνει δειγματοληπτικό έλεγχο σε ένα σημείο πώλησης αυτού του προϊόντος. Για το σκοπό αυτό επιλέγει τυχαία 6 τέτοια προϊόντα. Αν κατά την ημέρα ελέγχου τα προϊόντα έχουν συμπληρώσει περισσότερες από 15 και λιγότερες από 20 ημέρες από την ημέρα παραγωγής τους, ποια είναι η πιθανότητα ακριβώς 3 από τα 6 να βρεθούν αλλοιωμένα. **γ)** Τι υποθέσεις κάνατε για να απαντήσετε στο (β) ερώτημα;

**4. [15]** Μία ποικιλία καλαμποκιού καλλιεργείται σε ένα κάμπο και τα προηγούμενα χρόνια., η μέση στρεμματική απόδοση της ποικιλίας αυτής ήταν 750 κιλά. Φέτος χρησιμοποιήθηκε ένα καινούριο λίπασμα. Πήραμε ένα δείγμα 36 αγρών από τον κάμπο αυτό, που καλλιεργήθηκαν με το καινούριο λίπασμα και βρήκαμε οτι η μέση στρεμματική απόδοση της ποικιλίας καλαμποκιού ήταν 760 κιλά και η τυπική απόκλιση 60 κιλά. α) Μπορούμε να ισχυριστούμε σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.05 οτι η χρήση του νέου λιπάσματος αυξάνει τη μέση στρεμματική απόδοση; Να δοθεί ένα 99% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση στρεμματική απόδοση της ποικιλίας καλαμποκιού, όταν καλλιεργείται με το νέο λίπασμα.

**5. [10]** Σε ένα δείγμα από 212 κομμάτια σχιστόλιθου από μία περιοχή, βρέθηκε ότι τα ποσοστά του φωσφορίτη $Ca_3(PO_4)_2$ ήταν:

| Ποσοστό % | 14-16 | 16-18 | 18-20 | 20-22 | 22-24 | 24-26 | 26-28 | 28-30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Πλήθος | 1 | 1 | 5 | 20 | 54 | 44 | 57 | 30 |

Να βρεθεί ο μέσος, η διάμεσος και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος των ποσοστών του φωσφορίτη του δείγματος.

**6. [17]** Δύο εμβόλια Α και Β, για κάποια ασθένεια, συγκρίθηκαν με ένα εμβόλιο Γ που περιείχε απεσταγμένο νερό. Ο αριθμός των μοσχαριών που εμβολιάστηκαν με τα εμβόλια και δεν αρρώστησαν ή αρρώστησαν από την ασθένεια αυτή στα επόμενα δύο χρόνια ήταν:

| | Εμβόλια | | |
|---|---|---|---|
| | Α | Β | Γ |
| Δεν αρρώστησαν | 147 | 153 | 100 |
| Αρρώστησαν | 23 | 27 | 50 |

Σε στάθμη σημαντικότητας 5% να εξετάσετε: α) Αν τα εμβόλια Α, Β, Γ έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα. β) Αν τα εμβόλια Α, Β έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα.

**7. [10]** Μετρήθηκε η ποσότητα πρωτεΐνης (gr/100ml) στο αίμα ατόμων που ζουν σε διαφορετικές συνθήκες στις γεωγραφικές περιοχές Α, Β, Γ και είχαμε τα παρακάτω αποτελέσματα:

| Περιοχές | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 7.64 | 7.04 | 7.43 | 7.57 | 7.74 | 7.63 | 8.06 | | |
| $A_2$ | 7.67 | 7.58 | 7.04 | 7.69 | 7.32 | 7.12 | 7.46 | 7.21 | |
| $A_3$ | 7.98 | 7.91 | 7.11 | 7.65 | 8.17 | 8.28 | 7.21 | 7.41 | 6.37 |

Διατυπώστε κατάλληλο έλεγχο υποθέσεων και ελέγξτε σε επίπεδο σημαντικότητας 5% αν η ποσότητα πρωτεΐνης στο αίμα είναι η ίδια και στις τρεις περιοχές.
( Δίνονται: SSA=0.53, SST=4.77).

**- Δίνονται οι τιμές Φ(z) της συνάρτησης κατανομής της τυποποιημένης Κανονικής Κατανομής στο σημείο z.**
Φ(0.14)=0.5557, Φ(0.25)=0.5987, Φ(0.45)=0.6736, Φ(0.57)=0.7157, Φ(0.85)=0.8023, Φ(1)=0.8413, Φ(1.25)=0.8944, Φ(1.5)=0.9332, Φ(2.33)=0.99, Φ(3.59)=0.9998.
**- Κριτικές τιμές $Z_\alpha$ της τυποποιημένης κανονικής κατανομής σε επίπεδο σημαντικότητας α**
$Z_{0.005}=2.57$ $Z_{0.01}=2.33$ $Z_{0.02}=2.05$ $Z_{0.025}=1.96$ $Z_{0.05}=1.64$ $Z_{0.10}=1.28$
**- Κριτικές τιμές $X^2_\kappa(\alpha)$ της $X^2$ κατανομής με k βαθμούς ελευθερίας και για επίπεδο σημαντικότητας α.**
$X^2_1(0.05) = 3.8$ $X^2_2(0.05) = 6.0$ $X^2_3(0.05) = 7.8$ $X^2_4(0.05) = 9.5$ $X^2_5(0.05) = 11.1$
**- Κριτικές τιμές $t_k(\alpha)$ της t κατανομής με k βαθμούς ελευθερίας και για επίπεδο σημαντικότητας α.**
$t_5(0.025) = 2.57$ $t_{10}(0.025) = 2.23$ $t_5(0.005) = 4.03$ $t_{19}(0.025) = 2.09$
$t_5(0.05) = 2.01$ $t_{10}(0.05) = 1.81$ $t_5(0.01) = 3.36$ $t_{19}(0.05) = 1.73$
**- Κριτικές τιμές $F_{\mu,\nu}(\alpha)$ της F κατανομής με μ και ν βαθμούς ελευθερίας για επίπεδο σημαντικότητας α.**
$F_{2,,15}(0.05) = 3.68$ $F_{2,18}(0.05) = 3.55$ $F_{2,21}(0.05) = 3.47$
$F_{2,17}(0.05) = 3.59$ $F_{1,18}(0.05) = 4.41$ $F_{2,23}(0.05) = 3.42$

<u>**Ενδεικτικές απαντήσεις ή υποδείξεις (Β΄ Σειρά)**</u>

**1$^{\text{ο}}$ Θέμα**

α) Έστω τα ενδεχόμενα:
Α: το φυτό επέζησε και Β: το φυτό ποτίσθηκε.
Δίνονται οι πιθανότητες: $P(B)=0.9$, $P(A'/B')=0.8$, $P(A'/B)=0.15$.
i) Από το θεώρημα ολικής πιθανότητας έχουμε:

$$P(A)=P(A/B)P(B)+P(A/B')P(B')=(1-P(A'/B))\cdot P(B)+(1-P(A'/B'))\cdot P(B')=$$
$$=0.85\cdot 0.9+0.2\cdot 0.1=0.785$$

ii) Ζητείται η δεσμευμένη πιθανότητα $P(B'/A')$. Από τον τύπο του Bayes έχουμε

$$P(B'/A')=\frac{P(A'/B')P(B')}{P(A')}=\frac{0.8\cdot 0.1}{1-0.785}=0.37\,.$$

β) Η πρόταση είναι ψευδής διότι αν ήταν ξένα θα έπρεπε $P(AB)=0$. Όμως αφού τα *Α, Β* είναι ανεξάρτητα έχουμε $P(AB)=P(A)\cdot P(B)>0$.

**2$^{\text{ο}}$ Θέμα**

α) i) $P(X>44)=P\left(Z\geq\frac{44-40.2}{8.4}\right)=P(Z>0.45)=1-\Phi(0.45)=0.3264$

ii) $P(39<X<45)=P\left(\frac{39-40.2}{8.4}\leq Z\leq\frac{45-40.2}{8.4}\right)=$

$$=P(-0.14\leq Z\leq 0.57)=\Phi(0.57)-\Phi(-0.14)=\Phi(0.57)-[1-\Phi(0.14)]=$$
$$=\Phi(0.57)-1+\Phi(0.14)=0.2714$$

β) Πρέπει $P(X>\xi)=0.01\Leftrightarrow P(Z>\frac{\xi-40.2}{8.4})=0.01\Leftrightarrow 1-\Phi(\frac{\xi-40.2}{8.4})=0.01\Leftrightarrow$
$\Phi(\frac{\xi-40.2}{8.4})=0.99$. Άρα $\frac{\xi-40.2}{8.4}=2.33\Rightarrow\xi=59.77$. Δηλαδή, για να ανήκει ένα έτος στο 1% των ετών με το μεγαλύτερο ύψος βροχόπτωσης πρέπει να έχει τουλάχιστον 59.77 inches ύψος βροχόπτωσης.

**3$^{\text{ο}}$ Θέμα**

α) Ζητείται η πιθανότητα $P(15<X<20)=\int_{15}^{20}f(x)\,dx=\int_{15}^{20}\frac{10}{x^2}\,dx=\frac{1}{6}$.

β) Έστω Υ ο αριθμός των προϊόντων (από τα έξι) που το καθένα έχει αλλοιωθεί σε περισσότερες από 15 και λιγότερες από 20 ημέρες. Προφανώς $Y\sim B(6,\frac{1}{6})$ και επομένως η ζητούμενη πιθανότητα είναι $P(Y=3)=\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3=0.0532$.

γ) Έστω $E_i,\ i=1,2,3,4,5,6$ τα ενδεχόμενα: το *i* προϊόν έχει αλλοιωθεί σε περισσότερες από 15 και λιγότερες από 20 ημέρες. Για την απάντηση στο ερώτημα (β) υποθέσαμε ότι τα ενδεχόμενα αυτά είναι ανεξάρτητα με πιθανότητα να συμβεί το καθένα ίση με $\frac{1}{6}$.

**4$^{\text{ο}}$ Θέμα**

α) Έλεγχος: της $H_0:\mu=750$ έναντι της $H_1:\mu>750$ (με $\sigma^2$ άγνωστο και $n=36>30$)

β) Διάστημα εμπιστοσύνης για τον μέσο $\mu$ (με $\sigma^2$ άγνωστο και $n = 36 > 30$)

**5$^{o}$ Θέμα**
Απλή άσκηση περιγραφικής στατιστικής

**6$^{o}$ Θέμα**
α) Έλεγχος $X^2$ της $H_0$ : *Τα τρία εμβόλια έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα* έναντι της $H_1$ : *Τα τρία εμβόλια δεν έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα.*
β) Έλεγχος δύο αναλογιών-ποσοστών (της $H_0 : p_A = p_B$ έναντι της $H_1 : p_A \neq p_B$).;ή έλεγχος $X^2$ της $H_0$ : *Τα εμβόλια Α, Β έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα* έναντι της $H_1$ : *Τα εμβόλια Α, Β δεν έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα..*

**7$^{o}$ Θέμα**
Απλό πρόβλημα Ανάλυσης Διασποράς με έναν παράγοντα.