

**Γραπτή Εξέταση στο Μάθημα Στατιστική**  
**(Για τα Τμήματα Ε.Τ.&Δ.Α. και Βιοτεχνολογίας)**

**10/02/2014**

**1<sup>ο</sup> Θέμα [25]** Τα λαβράκια που παράγει μια μονάδα ιχθυοκαλλιέργειας, όταν αλιεύονται για εμπορία και κατανάλωση έχουν βάρη τα οποία, σύμφωνα με τις προδιαγραφές της μονάδας, ακολουθούν μια κανονική τυχαία μεταβλητή, έστω  $X$ , με μέση τιμή  $\mu = 400\text{gr}$  και τυπική απόκλιση  $\sigma = 50\text{gr}$ . **α)** Ο υπεύθυνος ποιοτικού ελέγχου της μονάδας επιλέγει τυχαία ένα λαβράκι από αυτά που έχουν αλιευθεί για κατανάλωση. Ποια είναι η πιθανότητα το βάρος του να είναι μεγαλύτερο από 300gr. **β)** Βρείτε εκείνο το βάρος  $x_0$ , για το οποίο ισχύει ότι μεγαλύτερο βάρος από αυτό έχει μόνο το 5% από τα λαβράκια που αλιεύονται προς κατανάλωση. **γ)** Ο υπεύθυνος ποιοτικού ελέγχου της μονάδας επιλέγει τυχαία 5 λαβράκια από αυτά που έχουν αλιευθεί για κατανάλωση. **ι)** Ποια είναι η πιθανότητα το πολύ ένα από αυτά να έχει βάρος μεγαλύτερο από 300gr; **ii)** Ποια είναι η πιθανότητα το μέσο βάρος τους να είναι μικρότερο από 445gr και μεγαλύτερο από 355gr;

**2<sup>ο</sup> Θέμα [15]** Ένας φοιτητής του Τμήματος Περιβάλλοντος του Πανεπιστημίου Αιγαίου, στο πλαίσιο μιας εργαστηριακής άσκησης, πήρε σύμφωνα με ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας 16 μετρήσεις συγκέντρωσης οξυγόνου από τα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης. Ο φοιτητής υπολόγισε το μέσο και την τυπική απόκλιση των 16 μετρήσεων και βρήκε  $\bar{x} = 11.7\text{mg/l}$  και  $s = 0.34\text{mg/l}$ , αντίστοιχα. **α)** Να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης. Αν πρέπει να κάνετε κάποια παραδοχή να την αναφέρετε. Πώς αντιλαμβάνεσθε (πώς ερμηνεύετε) αυτό το διάστημα; **β)** Αν από το ίδιο δείγμα κατασκευάσουμε για τη μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης, ένα άλλο διάστημα εμπιστοσύνης με μεγαλύτερο συντελεστή εμπιστοσύνης, η ακρίβεια της εκτίμησης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει ίδια; **γ)** Να αναφέρετε δύο από τις ιδιότητες που έχει η δειγματική μέση τιμή  $\bar{X}$  ως εκτιμήτρια της μέσης τιμής  $\mu$  ενός πληθυσμού. Πώς αντιλαμβάνεσθε αυτές τις ιδιότητες;

**3<sup>ο</sup> Θέμα [30]** (αναφέρεται στα δεδομένα του 2<sup>ου</sup> Θέματος)

Σύμφωνα με παλαιότερη μελέτη του Πανεπιστημίου Αιγαίου η μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης είναι  $\mu = 12\text{mg/l}$ . **α)** Να διατυπώσετε και να κάνετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, κατάλληλο στατιστικό έλεγχο για να ελέγξετε αν τα ευρήματα στο δείγμα που πήρε ο φοιτητής δίνουν στατιστικά σημαντικές αποδείξεις ότι πλέον η μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης δεν είναι 12mg/l αλλά μικρότερη. Αν πρέπει να κάνετε κάποια παραδοχή να την αναφέρετε. **β)** Με βάση την απάντησή σας στο (α), μπορείτε να συμπεράνετε αν τα ευρήματα στο δείγμα, δίνουν σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, στατιστικά σημαντικές αποδείξεις ότι η μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης δεν είναι πλέον 12 mg/l αλλά μικρότερη; Εξηγείστε. **γ)** Μπορείτε να υπολογίσετε (ή γνωρίζετε) την πιθανότητα το συμπέρασμά σας στο (α) να είναι λάθος; Εξηγείστε. **δ) i.** Σε ένα στατιστικό έλεγχο υποθέσεων τι εκφράζει η  $P$ -τιμή; **ii.** Να απαντήσετε στο ερώτημα (α) αν γνωρίζετε ότι η  $P$ -τιμή που δίνουν τα ευρήματα στο δείγμα για τον έλεγχο αυτό είναι ίση με 0.0015.

**4<sup>ο</sup> Θέμα [10]** Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τρεις τύποι απογόνων, Α, Β και Γ που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 9:3:1, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 260 απογόνους που προέκυψαν, 170 βρέθηκαν να είναι τύπου Α, 65 τύπου Β και 25

τύπου Γ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας; Γνωρίζετε την πιθανότητα το συμπέρασμά σας να είναι λάθος;

**5<sup>ο</sup> Θέμα [20] α)** Ένας ερευνητής για να διερευνήσει αν επηρεάζεται το αποτέλεσμα μιας χημικής αντίδρασης από το είδος του καταλύτη που χρησιμοποιείται, καθόρισε τέσσερις στάθμες καταλύτη,  $A_1, A_2, A_3, A_4$ , και εκτέλεσε τη χημική αντίδραση 5 φορές για κάθε στάθμη καταλύτη. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν έδωσαν  $SST_{Tot} = 250$  και  $SSE = 150$ . Να ελέγξετε σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αν υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στο αποτέλεσμα της χημικής αντίδρασης που να οφείλεται στη στάθμη του καταλύτη. Αν για τον έλεγχο που θα κάνετε πρέπει να ικανοποιούνται κάποιες προϋποθέσεις/παραδοχές να τις αναφέρετε. **β)** Σε ένα πρόβλημα ANOVA με δύο παράγοντες, έστω A και B, διαπιστώνετε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στη μεταβλητή απόκρισης που οφείλεται στην **αλληλεπίδραση** μεταξύ των παραγόντων A και B. Πώς αντιλαμβάνεσθε (τι σημαίνει/πώς ερμηνεύετε) αυτή την επίδραση;

**6<sup>ο</sup> Θέμα [20]** Σε ένα θερμοκήπιο έχει εγκατασταθεί σύστημα συναγερμού έκτακτης ανάγκης. Σύμφωνα με τις προδιαγραφές του κατασκευαστή, όταν παρουσιασθεί κατάσταση έκτακτης ανάγκης ο συναγερμός χτυπά με πιθανότητα 0.90 ενώ χτυπά και όταν δεν παρουσιάζεται κατάσταση έκτακτης ανάγκης με πιθανότητα 0.01. Επίσης, έχει εκτιμηθεί ότι η πιθανότητα να παρουσιασθεί στο θερμοκήπιο κατάσταση έκτακτης ανάγκης είναι 0.002. **α)** Ποια είναι η πιθανότητα να χτυπήσει ο συναγερμός; **β)** Αν ο συναγερμός μόλις χτύπησε, ποια είναι η πιθανότητα να έχει πράγματι παρουσιασθεί κατάσταση έκτακτης ανάγκης. **γ)** Το ενδεχόμενο να χτυπήσει ο συναγερμός και το ενδεχόμενο να έχει παρουσιασθεί κατάσταση έκτακτης ανάγκης είναι ανεξάρτητα ή εξαρτημένα;

*Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3, 4 και σε ένα από τα 5 και 6 που εσείς θα επιλέξετε. Για το άριστα (10) απαιτούνται 100 μόρια και για τη βάση (5), 50 μόρια.*

**Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες**  
**Ευχόμαστε επιτυχία!!**

---

Για την  $F_{n,m}$  κατανομή δίνονται τα ακόλουθα άνω  $\alpha$ -ποσοστιαία σημεία:

$$F_{3;16;0.01} = 5.29, \quad F_{3;15;0.01} = 5.42, \quad F_{15;3;0.01} = 26.9, \quad F_{4;16;0.01} = 4.77, \quad F_{4;12;0.01} = 5.41, \\ F_{12;3;0.01} = 27.1$$