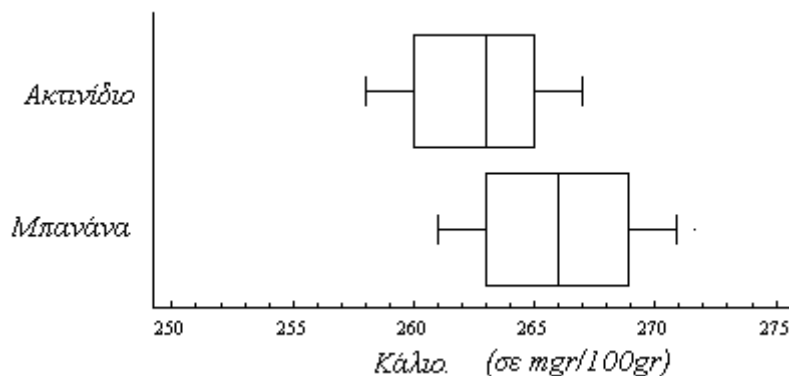


ΣΕΙΡΑ Α

1. [20] Η ποσότητα, έστω X , καλίου που περιέχεται σε ένα πορτοκάλι μεσαίου μεγέθους είναι κανονική τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή $\mu = 550 \text{ mgr}$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 20 \text{ mgr}$.

α) Ποια είναι η πιθανότητα ένα τυχαία επιλεγμένο πορτοκάλι μεσαίου μεγέθους να περιέχει τουλάχιστον 510 mgr κάλιο; **β)** Ποια είναι η πιθανότητα τουλάχιστον ένα από τρία τυχαία επιλεγμένα πορτοκάλια μεσαίου μεγέθους να περιέχει τουλάχιστον 510 mgr κάλιο; **γ)** Σε ένα διαιτολόγιο εντάσσουμε τέσσερα πορτοκάλια μεσαίου μεγέθους ημερησίως και έστω S η τυχαία μεταβλητή που εκφράζει τη **συνολική** ποσότητα καλίου που περιέχεται σε αυτά. **i)** Ποια είναι η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής S ; **ii)** Ποια είναι η πιθανότητα η **συνολική** ποσότητα καλίου που περιέχεται σε τέσσερα τυχαία επιλεγμένα πορτοκάλια μεσαίου μεγέθους να είναι τουλάχιστον 2120 mgr και το πολύ 2280 mgr ;

2. [10] Ένας φοιτητής του *Γ.Π.Α.* προκειμένου να συγκρίνει την ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια με την ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες, πήρε, σύμφωνα με ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, 13 μετρήσεις από ακτινίδια και 13 μετρήσεις από μπανάνες. Η κατανομή καθενός από αυτά τα δύο δείγματα φαίνεται σε μορφή θηκογράμματος (που κατασκεύασε ο φοιτητής) στο σχήμα που ακολουθεί (οι μετρήσεις ελήφθησαν σε $\text{mgr}/100\text{gr}$).



Επίσης, ο φοιτητής, για κάθε δείγμα υπολόγισε το δειγματικό μέσο και τη δειγματική τυπική απόκλιση και βρήκε, για το δείγμα από ακτινίδια, $\bar{x} = 263 \text{ mgr}/100\text{gr}$ με $s_1 = 4 \text{ mgr}/100\text{gr}$ και για το δείγμα από μπανάνες, $\bar{y} = 267 \text{ mgr}/100\text{gr}$ με $s_2 = 5 \text{ mgr}/100\text{gr}$.

Με βάση αυτές τις πληροφορίες, **α)** τι συμπεραίνετε για τη **μορφή** της κατανομής καθενός δείγματος και **β)** πώς συγκρίνετε τα δύο δείγματα ως προς τη **μεταβλητότά** τους;

3. [30] (Αναφέρεται στα δεδομένα του 2^{ου} Θέματος)

α) Να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια. Πώς αντιλαμβάνεσθε (ερμηνεύετε) αυτό το διάστημα εμπιστοσύνης; **β)** Να κάνετε κατάλληλο στατιστικό έλεγχο για να ελέγξετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αν τα ευρήματα στα δύο δείγματα υποστηρίζουν ή όχι ότι η μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια διαφέρει από τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες. Γνωρίζετε την πιθανότητα το συμπέρασμα που προκύπτει από αυτόν τον έλεγχο να είναι λάθος; **γ)** Με βάση το συμπέρασμά σας στο (β), μπορείτε να αποφασίσετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αν τα ευρήματα στα δύο δείγματα υποστηρίζουν ή όχι ότι η μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια διαφέρει από τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες; **δ)** Για να απαντήσετε στο ερώτημα (β) χρειάστηκε να κάνετε κάποιες παραδοχές. Να τις αναφέρετε. Οι πληροφορίες που δίνονται στο 2^ο Θέμα για τις κατανομές των δύο δειγμάτων παρέχουν ενδείξεις υπέρ της

βασιμότητας αυτών των παραδοχών ή μήπως δημιουργούν αμφιβολίες; ε) Ο φοιτητής χρησιμοποίησε ένα στατιστικό πακέτο και υπολόγισε από τα δύο δείγματα την P -τιμή του ελέγχου που πρέπει να γίνει στο (β) και τη βρήκε ίση με 0.0337. Πώς αντιλαμβάνεσθε αυτή την τιμή; Μπορείτε να τη χρησιμοποιήσετε για να απαντήσετε στο (β) ; Επίσης, μπορείτε με βάση αυτή την τιμή να αποφασίσετε σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αν τα ευρήματα στα δύο δείγματα υποστηρίζουν ή όχι ότι η μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια διαφέρει από τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες;

4. [20] Σε μια κτηνοτροφική μονάδα της Λέσβου υπάρχουν 160 αγελάδες. Από αυτές οι 40 είναι φυλής Α, οι 48 φυλής Β και οι 72 φυλής Γ. Αν από τις αγελάδες φυλής Α έχει προσβληθεί από αφθώδη πυρετό ποσοστό 15%, από τις αγελάδες φυλής Β, 20% και από τις αγελάδες φυλής Γ, 10%, α) ποια είναι η πιθανότητα, μια αγελάδα που θα επιλέξουμε τυχαία να έχει προσβληθεί από αφθώδη πυρετό; β) ποια είναι η πιθανότητα, μια αγελάδα που επιλέξαμε τυχαία και βρέθηκε να έχει προσβληθεί από αφθώδη πυρετό, να είναι φυλής Α; γ) Να ερμηνεύσετε τις πιθανότητες που υπολογίσατε στα (α) και (β) με όρους ποσοστών.

5. (I) [15] α) Θεωρείστε ότι ο φοιτητής στο 3^ο Θέμα πρέπει να συγκρίνει, ως προς τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχουν, πέντε είδη φρούτων (αντί δύο): ακτινίδια, μπανάνες, δαμάσκηνα, σύκα και πορτοκάλια. Για το σκοπό αυτό, από κάθε είδος πήρε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους, n_1, n_2, \dots, n_5 αντίστοιχα, και μέτρησε τις ποσότητες καλίου σε $mgr/100gr$. Τι στατιστικό έλεγχο θα του προτείνατε να κάνει; Αν για τον έλεγχο που θα του προτείνατε πρέπει να ικανοποιούνται κάποιες προϋποθέσεις/παραδοχές να τις αναφέρετε. β) Σε ένα πρόβλημα ANOVA με δύο παράγοντες, έστω Α και Β, διαπιστώνετε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στη μεταβλητή απόκρισης, έστω Υ, που οφείλεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ των παραγόντων Α και Β. Πώς αντιλαμβάνεσθε (τι σημαίνει/πώς ερμηνεύετε) αυτή την επίδραση;

(II) [5] Έστω δύο ενδεχόμενα Α, Β του ίδιου δειγματοχώρου, ξένα μεταξύ τους, με $P(A) = 0.40$ και $P(B) = 0.30$. Ποιο/ποια από τα παρακάτω συμπεράσματα είναι σωστό/σωστά;

α) Τα Α, Β είναι ανεξάρτητα

β) Τα Α, Β δεν είναι ανεξάρτητα

γ) Η πιθανότητα τα Α και Β να πραγματοποιηθούν μαζί είναι i) 0.12 ii) 0.70 iii) 0

δ) Η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί τουλάχιστον ένα από τα Α, Β είναι i) 0.12 ii) 0.70 iii) 0

ε) Κανένα από τα προηγούμενα.

6. (I) [15] Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τρεις τύποι απογόνων, Α, Β και Γ, που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 4:3:2, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 360 απογόνους που προέκυψαν, 150 βρέθηκαν να είναι τύπου Α, 145 τύπου Β, και 65 τύπου Γ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας; Σε επίπεδο σημαντικότητας 1%;

(II) [5] Εάν η τυπική απόκλιση ενός δείγματος τιμών μιας μεταβλητής είναι ίση με μηδέν, ποιο/ποια από τα παρακάτω συμπεράσματα είναι σωστό/σωστά;

α) Όλες οι τιμές που εμφανίστηκαν στο δείγμα είναι μεταξύ τους ίσες.

β) Η κατανομή του δείγματος είναι συμμετρική.

γ) Το μέγεθος του δείγματος είναι αριθμός άρτιος και οι μισές τιμές του είναι θετικές και οι άλλες μισές αρνητικές.

δ) Το μέγεθος του δείγματος είναι αριθμός άρτιος και για κάθε τιμή που εμφανίστηκε στο δείγμα εμφανίστηκε και η αντίθετή της.

ε) Κανένα από τα προηγούμενα.

Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3 και σε δύο από τα 4, 5, 6 που εσείς θα επιλέξετε. Για το άριστα (10) απαιτούνται 100 μόρια και για τη βάση (5) απαιτούνται 50 μόρια.

Υποδείξεις για τις απαντήσεις

ΣΕΙΡΑ Α

Θέμα 1.

α) και β) είναι πολύ απλά ερωτήματα.

γ) i. $S \sim N(4 \cdot 550, 4 \cdot 20^2)$ ή $S \sim N(2200, 40^2)$ (ως άθροισμα κανονικών, βλ. Σημειώσεις «Κανονική Κατανομή» σελ. 80-81)

ii. Εφόσον γνωρίζουμε την κατανομή της S , η απάντηση είναι πολύ απλή:

$$P(2120 \leq S \leq 2280) = P\left(\frac{2120 - 2200}{40} \leq Z \leq \frac{2280 - 2200}{40}\right) = \dots$$

Θέμα 2.

α) Η κατανομή του δείγματος από τα ακτινίδια παρουσιάζει μια ελαφρά αρνητική ασυμμετρία (διότι η διάμεσος βρίσκεται πιο κοντά στο Q_3). Η κατανομή του δείγματος από τις μπανάνες είναι συμμετρική (διότι η διάμεσος βρίσκεται στο μέσο του ορθογωνίου και τα μήκη των κεραιών είναι ίσα).

β) Το δείγμα από τις μπανάνες έχει ελαφρώς μεγαλύτερη μεταβλητότητα (αυτό προκύπτει από τη σύγκριση των δύο δειγμάτων ως προς το εύρος, το ενδοτεταρτημοριακό εύρος και τον συντελεστή μεταβλητότητας).

Θέμα 3.

α) πολύ απλό ερώτημα.

β) Πολύ απλό ερώτημα. Αμφίπλευρος έλεγχος. Προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας 5% απορρίπτεται η μηδενική. Πρόκειται για σφάλμα τύπου I, επομένως η πιθανότητα το συμπέρασμα να είναι λάθος (λανθασμένη απόρριψη της μηδενικής) είναι το πολύ 5%.

γ) Όχι, πρέπει να γίνει ο έλεγχος.

δ) Οι παραδοχές που κάναμε είναι οι εξής: τα δείγματα προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς με ίσες διασπορές.

Παρότι το δείγμα από τα ακτινίδια παρουσιάζει αρνητική ασυμμετρία και οι μεταβλητότητες των δύο δειγμάτων διαφέρουν, εντούτοις δε φαίνεται να προκύπτουν σοβαρές ενδείξεις ότι οι παραδοχές είναι αβάσιμες αφού η ασυμμετρία στο δείγμα από τα ακτινίδια δεν είναι σοβαρή και επίσης δεν παρατηρείται σοβαρή διαφορά στις μεταβλητότητες των δύο δειγμάτων.

ε) P -Τιμή είναι η ελάχιστη τιμή του επιπέδου σημαντικότητας για την οποία απορρίπτεται η H_0 . Για το τι είναι και τι εκφράζει η P -τιμή δες επίσης Σημειώσεις «Στατιστικός έλεγχος Υποθέσεων» σελ. 130.

Επειδή το επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.01$ δεν είναι μεγαλύτερο από την P -τιμή $= 0.037$, η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται για $\alpha = 0.01$.

Ενώ, επειδή $\alpha = 0.05 > P$ -τιμή $= 0.037$, η μηδενική υπόθεση για $\alpha = 0.05$ απορρίπτεται.

Θέμα 4.

Πολύ απλό θέμα (θεώρημα ολικής πιθανότητας και τύπος του Bayes)

Θέμα 5.

(I)

α) Να κάνει έλεγχο ANOVA. Τα δείγματα πρέπει να είναι ανεξάρτητα τυχαία δείγματα και να προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς με κοινή διασπορά.

β) Βλ. Σημειώσεις «Ανάλυση Διασποράς» (π.χ. σελ. 222)

(II) Σωστές απαντήσεις είναι οι (β), (γiii) και (δii).

Θέμα 6.

(I) Πολύ απλό ερώτημα. Πρόκειται για έλεγχο χ^2 - καλής προσαρμογής

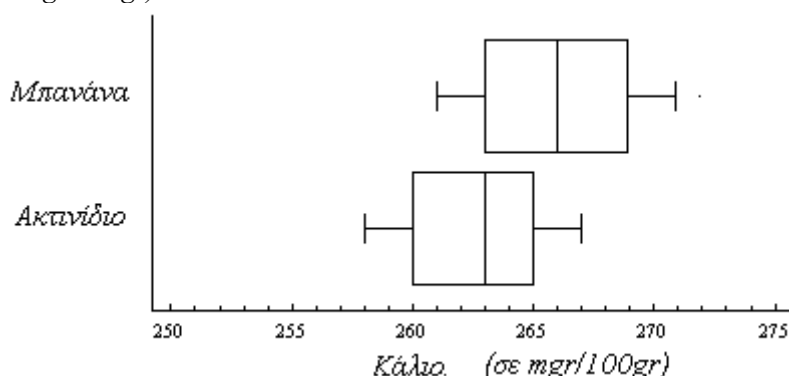
(II) Σωστό είναι μόνο το συμπέρασμα (α)

ΣΕΙΡΑ Β

1. [20] Η ποσότητα, έστω X , καλίου που περιέχεται σε ένα πορτοκάλι μεσαίου μεγέθους είναι κανονική τυχαία μεταβλητή με μέση τιμή $\mu = 550 \text{ mgr}$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 20 \text{ mgr}$.

α) Ποια είναι η πιθανότητα ένα τυχαία επιλεγμένο πορτοκάλι μεσαίου μεγέθους να περιέχει τουλάχιστον 520 mgr κάλιο; **β)** Ποια είναι η πιθανότητα τουλάχιστον ένα από τρία τυχαία επιλεγμένα πορτοκάλια μεσαίου μεγέθους να περιέχει τουλάχιστον 520 mgr κάλιο; **γ)** Σε ένα διαιτολόγιο εντάσσουμε τέσσερα πορτοκάλια μεσαίου μεγέθους ημερησίως και έστω S η τυχαία μεταβλητή που εκφράζει τη **συνολική** ποσότητα καλίου που περιέχεται σε αυτά. **i)** Ποια είναι η κατανομή της τυχαίας μεταβλητής S ; **ii)** Ποια είναι η πιθανότητα η **συνολική** ποσότητα καλίου που περιέχεται σε τέσσερα τυχαία επιλεγμένα πορτοκάλια μεσαίου μεγέθους να είναι τουλάχιστον 2140 mgr και να μην ξεπερνάει τα 2260 mgr ;

2. [10] Ένας φοιτητής του Γ.Π.Α. προκειμένου να συγκρίνει την ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια με την ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες, πήρε, σύμφωνα με ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, 13 μετρήσεις από ακτινίδια και 13 μετρήσεις από μπανάνες. Η κατανομή καθενός από αυτά τα δύο δείγματα φαίνεται σε μορφή θηκογράμματος (που κατασκεύασε ο φοιτητής) στο σχήμα που ακολουθεί (οι μετρήσεις ελήφθησαν σε $\text{mgr}/100\text{gr}$).



Επίσης, ο φοιτητής, για κάθε δείγμα υπολόγισε το δειγματικό μέσο και τη δειγματική τυπική απόκλιση και βρήκε, για το δείγμα από ακτινίδια, $\bar{x} = 263 \text{ mgr}/100\text{gr}$ με $s_1 = 4 \text{ mgr}/100\text{gr}$ και για το δείγμα από μπανάνες, $\bar{y} = 267 \text{ mgr}/100\text{gr}$ με $s_2 = 5 \text{ mgr}/100\text{gr}$.

Με βάση αυτές τις πληροφορίες, **α)** τι συμπεραίνετε για **τη μορφή** της κατανομής καθενός δείγματος και **β)** πώς συγκρίνετε τα δύο δείγματα ως προς **τη μεταβλητότά** τους;

3. [30] (Αναφέρεται στα δεδομένα του 2^{ου} Θέματος)

α) Να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες. Πώς αντιλαμβάνεσθε (ερμηνεύετε) αυτό το διάστημα εμπιστοσύνης; **β)** Να κάνετε κατάλληλο στατιστικό έλεγχο για να ελέγξετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αν τα ευρήματα στα δύο δείγματα υποστηρίζουν ή όχι ότι η μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια είναι μικρότερη από τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες. Γνωρίζετε την πιθανότητα το συμπέρασμα που προκύπτει από αυτόν τον έλεγχο να είναι λάθος; **γ)** Με βάση το συμπέρασμά σας στο (β), μπορείτε να αποφασίσετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αν τα ευρήματα στα δύο δείγματα υποστηρίζουν ή όχι ότι η μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια είναι μικρότερη από τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες; **δ)** Για να απαντήσετε στο ερώτημα (β) χρειάστηκε να κάνετε κάποιες παραδοχές. Να τις αναφέρετε. Οι πληροφορίες που δίνονται στο 2^ο Θέμα για τις κατανομές των δύο δειγμάτων παρέχουν

ενδείξεις υπέρ της βασιμότητας αυτών των παραδοχών ή μήπως δημιουργούν αμφιβολίες; **ε)** Ο φοιτητής χρησιμοποίησε ένα στατιστικό πακέτο και υπολόγισε από τα δύο δείγματα την P -τιμή του ελέγχου που πρέπει να γίνει στο (β) και τη βρήκε ίση με 0.0168. Πώς αντιλαμβάνεσθε αυτή την τιμή; Μπορείτε να τη χρησιμοποιήσετε για να απαντήσετε στο (β) ; Επίσης, μπορείτε με βάση αυτή την τιμή να αποφασίσετε σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αν τα ευρήματα στα δύο δείγματα υποστηρίζουν ή όχι ότι η μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στα ακτινίδια είναι μικρότερη από τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχεται στις μπανάνες;

4. [20] Σε μια κτηνοτροφική μονάδα της Λέσβου υπάρχουν 160 αγελάδες. Από αυτές οι 48 είναι φυλής Α, οι 40 φυλής Β και οι 72 φυλής Γ. Αν από τις αγελάδες φυλής Α έχει προσβληθεί από αφθώδη πυρετό ποσοστό 14%, από τις αγελάδες φυλής Β, 10% και από τις αγελάδες φυλής Γ, 20%, **α)** ποια είναι η πιθανότητα, μια αγελάδα που θα επιλέξουμε τυχαία να έχει προσβληθεί από αφθώδη πυρετό; **β)** ποια είναι η πιθανότητα, μια αγελάδα που επιλέξαμε τυχαία και βρέθηκε να έχει προσβληθεί από αφθώδη πυρετό, να είναι φυλής Γ; **γ)** Να ερμηνεύσετε τις πιθανότητες που υπολογίσατε στα (α) και (β) με όρους ποσοστών.

5. (I) [15] **α)** Θεωρείστε ότι ο φοιτητής στο **3^ο Θέμα** πρέπει να συγκρίνει, ως προς τη μέση ποσότητα καλίου που περιέχουν, πέντε είδη φρούτων (αντί δύο): ακτινίδια, μπανάνες, δαμάσκηνα, σύκα και πορτοκάλια. Για το σκοπό αυτό, από κάθε είδος πήρε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους, n_1, n_2, \dots, n_5 αντίστοιχα, και μέτρησε τις ποσότητες καλίου σε $mgr/100gr$. Τι στατιστικό έλεγχο θα του προτείνατε να κάνει; Αν για τον έλεγχο που θα του προτείνατε πρέπει να ικανοποιούνται κάποιες προϋποθέσεις/παραδοχές να τις αναφέρετε. **β)** Σε ένα πρόβλημα ANOVA με δύο παράγοντες, έστω Α και Β, διαπιστώνετε ότι **δεν** υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στη μεταβλητή απόκρισης, έστω Υ, που να οφείλεται στην **αλληλεπίδραση** μεταξύ των παραγόντων Α και Β. Πώς αντιλαμβάνεσθε (τι σημαίνει/πώς ερμηνεύετε) αυτό το συμπέρασμα;

(II) [5] Έστω δύο **ανεξάρτητα** ενδεχόμενα Α, Β του ίδιου δειγματοχώρου. Ποιο/ποια από τα παρακάτω συμπεράσματα είναι σωστό/σωστά;

α) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

β) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

γ) $P(A \cap B) = 0$

δ) $P(A/B) = P(A)$

ε) Κανένα από τα προηγούμενα.

6. (I) [15] Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τρεις τύποι απογόνων, Α, Β και Γ, που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 5:3:1, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 360 απογόνους που προέκυψαν, 190 βρέθηκαν να είναι τύπου Α, 125 τύπου Β, και 45 τύπου Γ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας; Σε επίπεδο σημαντικότητας 1%;

(II) [5] Κατασκευάσατε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για έναν άγνωστο πληθυσμιακό μέσο. Αυτό σημαίνει ότι δώσατε για τον άγνωστο πληθυσμιακό μέσο **α)** μια σημειακή εκτίμηση με ακρίβεια 95%, **β)** μια εκτίμηση με διάστημα και με ακρίβεια 95%, **γ)** μια εκτίμηση με διάστημα όπου το σφάλμα της εκτίμησης είναι το πολύ 5%, **δ)** όλα τα προηγούμενα, **ε)** τίποτε από τα προηγούμενα. Ποιο/ποια από τα (α) , (β) , (γ) , (δ) και (ε) είναι σωστό/σωστά.

Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3 και σε δύο από τα 4, 5, 6 που εσείς θα επιλέξετε. Για το άριστα (10) απαιτούνται 100 μόρια και για τη βάση (5) απαιτούνται 50 μόρια.

Υποδείξεις για τις απαντήσεις

ΣΕΙΡΑ Β

Θέμα 1.

α) και β) είναι πολύ απλά ερωτήματα.

γ) i. $S \sim N(4 \cdot 550, 4 \cdot 20^2)$ ή $S \sim N(2200, 40^2)$ (ως άθροισμα κανονικών, βλ. Σημειώσεις «Κανονική Κατανομή» σελ. 80-81)

ii. Εφόσον γνωρίζουμε την κατανομή της S , είναι πλέον πολύ απλό:

$$P(2140 \leq S \leq 2260) = P\left(\frac{2140 - 2200}{40} \leq Z \leq \frac{2260 - 2200}{40}\right) = \dots$$

Θέμα 2.

α) Η κατανομή του δείγματος από τα ακτινίδια παρουσιάζει μια ελαφρά αρνητική ασυμμετρία (διότι η διάμεσος βρίσκεται πιο κοντά στο Q_3). Η κατανομή του δείγματος από τις μπανάνες είναι συμμετρική (διότι η διάμεσος βρίσκεται στο μέσο του ορθογωνίου και τα μήκη των κεραιών είναι ίσα).

β) Το δείγμα από τις μπανάνες έχει ελαφρώς μεγαλύτερη μεταβλητότητα (αυτό προκύπτει από τη σύγκριση των δύο δειγμάτων ως προς το **εύρος**, το **ενδοτεταρτημοριακό εύρος** και τον **συντελεστή μεταβλητότητας**).

Θέμα 3.

α) πολύ απλό ερώτημα.

β) Πολύ απλό ερώτημα. Μονόπλευρος έλεγχος. Προκύπτει ότι σε επίπεδο σημαντικότητας 5% απορρίπτεται η μηδενική. Πρόκειται για σφάλμα τύπου I, επομένως η πιθανότητα το συμπέρασμα να είναι λάθος (λανθασμένη απόρριψη της μηδενικής) είναι το πολύ 5%.

γ) Όχι, πρέπει να γίνει ο έλεγχος.

δ) Οι παραδοχές που κάναμε είναι οι εξής: τα δείγματα προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς με ίσες διασπορές.

Παρότι το δείγμα από τα ακτινίδια παρουσιάζει αρνητική ασυμμετρία και οι μεταβλητότητες των δύο δειγμάτων διαφέρουν, εντούτοις δε φαίνεται να προκύπτουν σοβαρές ενδείξεις ότι οι παραδοχές είναι αβάσιμες αφού η ασυμμετρία στο δείγμα από τα ακτινίδια δεν είναι σοβαρή και επίσης δεν παρατηρείται σοβαρή διαφορά στις μεταβλητότητες των δύο δειγμάτων.

ε) *P-Τιμή* είναι η ελάχιστη τιμή του επιπέδου σημαντικότητας για την οποία απορρίπτεται η H_0 . Για το τι είναι και τι εκφράζει η *P-τιμή*δες επίσης Σημειώσεις «Στατιστικός έλεγχος Υποθέσεων» σελ. 130.

Επειδή το επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.01$ δεν είναι μεγαλύτερο από την *P-τιμή* $= 0.0168$, η μηδενική υπόθεση **δεν** απορρίπτεται για $\alpha = 0.01$.

Ενώ, επειδή $\alpha = 0.05 > P-τιμή = 0.0168$, η μηδενική υπόθεση για $\alpha = 0.05$ απορρίπτεται.

Θέμα 4.

Πολύ απλό θέμα (θεώρημα ολικής πιθανότητας και θεώρημα του Bayes)

Θέμα 5.

(I)

α) Να κάνει έλεγχο ANOVA. Τα δείγματα πρέπει να είναι ανεξάρτητα τυχαία δείγματα και να προέρχονται από κανονικούς πληθυσμούς με κοινή διασπορά.

β) Βλ. Σημειώσεις «Ανάλυση Διασποράς» (π.χ. σελ. 222)

(II) Σωστές απαντήσεις είναι οι (β) και (δ).

Θέμα 6.

(I) Πολύ απλό ερώτημα. Πρόκειται για έλεγχο χ^2 - καλής προσαρμογής

(II) Σωστό είναι το (ε)