

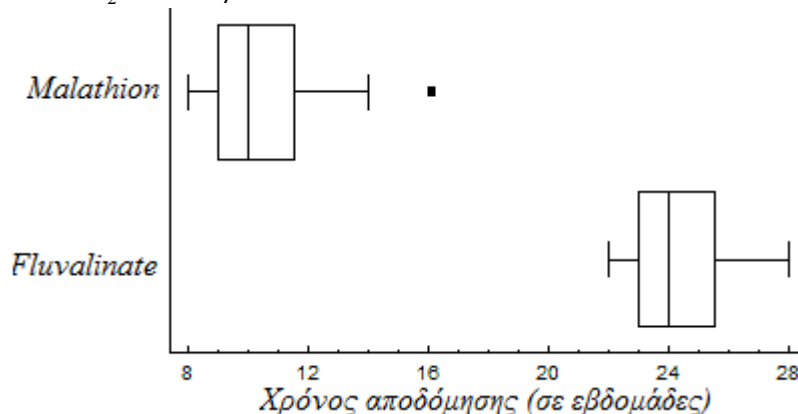
**Γραπτή Εξέταση Περιόδου Φεβρουαρίου 2015 στη ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**  
για τους φοιτητές του 3<sup>ου</sup> Εξαμήνου Σπουδών των Τμημάτων  
Ε.Τ&Δ.Α. και Βιοτεχνολογίας.

14/02/2015

**ΣΕΙΡΑ-A**

**1<sup>ο</sup> Θέμα [20]** Η ποσότητα θερμίδων που προσλαμβάνουμε από ένα κομμάτι πίτσα είναι τυχαία μεταβλητή, έστω  $X$ , η οποία (όπως προκύπτει από σχετικές μετρήσεις) ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή  $\mu = 380$  θερμίδες και τυπική απόκλιση  $\sigma = 60$  θερμίδες. Ποια είναι η πιθανότητα **α)** οι θερμίδες που θα προσλάβουμε από ένα κομμάτι πίτσα **(i)** να μην ξεπερνούν τις 500 **(ii)** να είναι τουλάχιστον 350 αλλά όχι περισσότερες από 450 **β)** από τρία κομμάτια πίτσα να προσλάβουμε (συνολικά) τουλάχιστον 1000 θερμίδες.

**2<sup>ο</sup> Θέμα [15]** Έστω  $X$  η τυχαία μεταβλητή που εκφράζει το χρόνο που απαιτείται για την αποδόμηση (συγκεκριμένης ποσότητας) της ουσίας malathion από το μέλι και αντίστοιχα, έστω  $Y$  η τυχαία μεταβλητή που εκφράζει το χρόνο που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας fluvalinate (οι ουσίες αυτές χρησιμοποιούνται για την καταπολέμηση των ακάρεων). Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται (σε μορφή θηκογράμματος) η κατανομή ενός τυχαίου δείγματος τιμών της  $X$  μεγέθους  $n_1 = 36$  και η κατανομή ενός τυχαίου δείγματος τιμών της  $Y$  μεγέθους  $n_2 = 36$ . Δίνεται επίσης, ότι ο μέσος και η τυπική απόκλιση του δείγματος από την  $X$  είναι  $\bar{x} = 10.7$  εβδ. και  $s_1 = 2.1$  εβδ. και του δείγματος από την  $Y$  αντίστοιχα είναι  $\bar{y} = 24.7$  εβδ. και  $s_2 = 1.85$  εβδ.



**α)** Με βάση αυτές τις πληροφορίες, τι μπορούμε να συμπεράνουμε για τη **θέση**, τη **μορφή** και τη **μεταβλητότητα** των δύο κατανομών και για το πώς αυτές συγκρίνονται; **β)** Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε τη z-τιμή της τιμής  $x = 8$  του δείγματος από την κατανομή της  $X$ .

**3<sup>ο</sup> Θέμα [40] (αναφέρεται στα δεδομένα του 2<sup>ου</sup> Θέματος)**

**α)** Με βάση το δείγμα τιμών της  $X$ , να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το μέσο χρόνο που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας malathion από το μέλι. Πώς αντιλαμβάνεσθε/ερμηνεύετε αυτό το διάστημα; **β)** Οι παραγωγοί μελιού θεωρούν ότι ο μέσος χρόνος αποδόμησης της ουσίας malathion από το μέλι είναι 10 εβδομάδες. Μήπως από το συγκεκριμένο δείγμα τιμών της  $X$  προκύπτουν, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, στατιστικά σημαντικές αποδείξεις ότι ο μέσος χρόνος που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας malathion δεν είναι 10 εβδομάδες αλλά περισσότερο; **γ)** Να απαντήσετε στο ερώτημα (β) θέτοντας επίπεδο σημαντικότητας 1%. **δ)** Γνωρίζετε την πιθανότητα το συμπέρασμά σας στο (β) να

είναι λάθος; Αντίστοιχα, στο (γ); Εξηγείστε. **ε)** Να απαντήσετε στο ερώτημα (β) και στο ερώτημα (γ) αν γνωρίζετε ότι η *P-τιμή* του ζητούμενου ελέγχου είναι ίση με 0.0236. **στ)** Για να απαντήσετε στα ερωτήματα (α), (β) και (γ) χρειάστηκε να κάνετε κάποια παραδοχή; Εξηγείστε. **ζ)** Με βάση τα δείγματα τιμών από τις κατανομές των  $X, Y$ , να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά του μέσου χρόνου που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας malathion από το μέσο χρόνο που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας fluvalinate. Πώς συγκρίνονται οι δύο μέσοι χρόνοι αποδόμησης με βάση αυτό το 95% διάστημα εμπιστοσύνης;

**4° Θέμα [15]** Το 1% ενός πληθυσμού πάσχει από ένα σπάνιο σύνδρομο του μυϊκού συστήματος. Ένα από τα διαγνωστικά τεστ που χρησιμοποιούνται για τη διάγνωση του συγκεκριμένου συνδρόμου, δίνει σωστή διάγνωση με πιθανότητα 0.80 όταν το εξεταζόμενο άτομο πάσχει από το σύνδρομο και με πιθανότητα 0.85 όταν το εξεταζόμενο άτομο δεν πάσχει από το σύνδρομο. Επιλέγεται ένα άτομο από τον πληθυσμό αυτό στην τύχη και υποβάλλεται στο συγκεκριμένο διαγνωστικό τεστ. **α)** Ποια είναι η πιθανότητα το τεστ να δώσει θετικό αποτέλεσμα, δηλαδή να δείξει ότι το άτομο πάσχει από το σύνδρομο. **β)** Ποια είναι η πιθανότητα να πάσχει πράγματι από το σύνδρομο ένα άτομο για το οποίο το αποτέλεσμα του τεστ είναι θετικό.

**5° Θέμα [15]** Τρεις ερευνητές E1, E2, E3 μέτρησαν τη συγκέντρωση μιας χημικής ουσίας σε ένα διάλυμα με τρεις διαφορετικές μεθόδους M1, M2, M3 ο καθένας. Οι σχετικές παρατηρήσεις (σε mg/ml) φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί (κάθε ερευνητής πήρε με κάθε μέθοδο 2 μετρήσεις).

		Μέθοδος (Παράγοντας Β)		
		M1	M2	M3
Ερευνητής (Παράγοντας Α)	E1	4 3.3	3.2 5	3.1 2
	E2	3.1 4	3.5 4.5	2.3 3.4
	E3	5 4	4 3.9	2 3.2

**α)** Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα δεδομένα ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στη μέτρηση της συγκέντρωσης που να οφείλεται **i)** στην αλληλεπίδραση μεταξύ ερευνητή και μεθόδου **ii)** στον ερευνητή **iii)** στη μέθοδο **β)** Ποιες παραδοχές χρειάστηκε να κάνετε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α);

(Δίνονται:  $SSTot=13.14$ ,  $SSE=5.21$ ,  $SSA=0.22$ ,  $SSB=6.71$ ,  $F_{4;9;0.05} = 3.63$ ,  $F_{2;27;0.01} = 5.49$ ,  $F_{2;9;0.05} = 4.26$ ,  $F_{9;2;0.05} = 19.38$ ,  $F_{4;27;0.01} = 4.11$ ,  $F_{9;4;0.05} = 6.00$ ).

**6° Θέμα. [15]** Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τρεις τύποι απογόνων A, B και Γ που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 9:3:4, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 50 απογόνους που προέκυψαν, 27 βρέθηκαν να είναι τύπου A, 16 τύπου B και 7 τύπου Γ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας; Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%;

*Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3 και σε δύο από τα 4, 5, 6 που εσείς θα επιλέξετε. Για το άριστα (10) απαιτούνται 100 μόρια και για τη βάση (5) απαιτούνται 50 μόρια.*

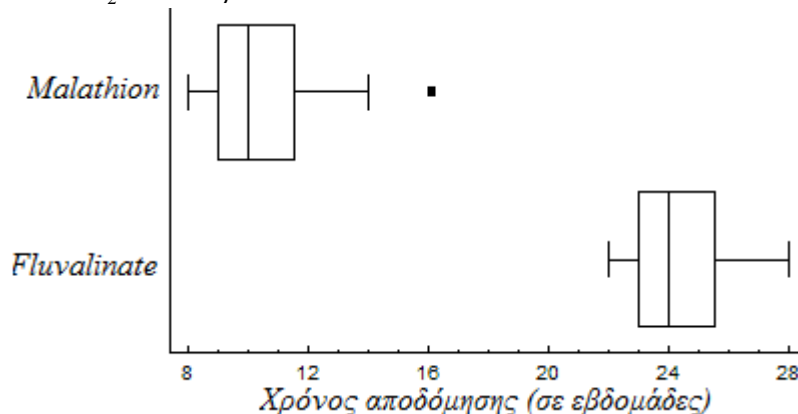
**Γραπτή Εξέταση Περιόδου Φεβρουαρίου 2015 στη ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**  
για τους φοιτητές του 3<sup>ου</sup> Εξαμήνου Σπουδών των Τμημάτων  
Ε.Τ&Δ.Α. και Βιοτεχνολογίας.

14/02/2015

**ΣΕΙΡΑ-B**

**1<sup>ο</sup> Θέμα [20]** Η ποσότητα θερμίδων που προσλαμβάνουμε από ένα κομμάτι πίτσα είναι τυχαία μεταβλητή, έστω  $X$ , η οποία (όπως προκύπτει από σχετικές μετρήσεις) ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή  $\mu = 380$  θερμίδες και τυπική απόκλιση  $\sigma = 60$  θερμίδες. Ποια είναι η πιθανότητα **α)** οι θερμίδες που θα προσλάβουμε από ένα κομμάτι πίτσα να είναι **(i)** το πολύ 450 **(ii)** τουλάχιστον 360 και λιγότερες από 500 **β)** από δύο κομμάτια πίτσα να προσλάβουμε (συνολικά) περισσότερες από 800 θερμίδες.

**2<sup>ο</sup> Θέμα [15]** Έστω  $X$  η τυχαία μεταβλητή που εκφράζει το χρόνο που απαιτείται για την αποδόμηση (συγκεκριμένης ποσότητας) της ουσίας malathion από το μέλι και αντίστοιχα, έστω  $Y$  η τυχαία μεταβλητή που εκφράζει το χρόνο που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας fluvalinate (οι ουσίες αυτές χρησιμοποιούνται για την καταπολέμηση των ακάρεων). Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται (σε μορφή θηκογράμματος) η κατανομή ενός τυχαίου δείγματος τιμών της  $X$  μεγέθους  $n_1 = 36$  και η κατανομή ενός τυχαίου δείγματος τιμών της  $Y$  μεγέθους  $n_2 = 36$ . Δίνεται επίσης, ότι ο μέσος και η τυπική απόκλιση του δείγματος από την  $X$  είναι  $\bar{x} = 10.7$  εβδ. και  $s_1 = 2.1$  εβδ. και του δείγματος από την  $Y$  αντίστοιχα είναι  $\bar{y} = 24.7$  εβδ. και  $s_2 = 1.85$  εβδ.



**α)** Με βάση αυτές τις πληροφορίες, τι μπορούμε να συμπεράνουμε για τη **θέση**, τη **μορφή** και τη **μεταβλητότητα** των δύο κατανομών και για το πώς αυτές συγκρίνονται; **β)** Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε τη z-τιμή της τιμής  $y = 23$  του δείγματος από την κατανομή της  $Y$ .

**3<sup>ο</sup> Θέμα [40] (αναφέρεται στα δεδομένα του 2<sup>ου</sup> Θέματος)**

**α)** Με βάση το δείγμα τιμών της  $Y$ , να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το μέσο χρόνο που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας fluvalinate από το μέλι. Πώς αντιλαμβάνεσθε/ερμηνεύετε αυτό το διάστημα; **β)** Οι παραγωγοί μελιού θεωρούν ότι ο μέσος χρόνος αποδόμησης της ουσίας fluvalinate από το μέλι είναι 24 εβδομάδες. Μήπως από το συγκεκριμένο δείγμα τιμών της  $Y$ , προκύπτουν σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, στατιστικά σημαντικές αποδείξεις ότι ο μέσος χρόνος που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας fluvalinate δεν είναι 24 εβδομάδες αλλά περισσότερο; **γ)** Να απαντήσετε στο ερώτημα (β) θέτοντας επίπεδο σημαντικότητας 1%. **δ)** Γνωρίζετε την πιθανότητα το συμπέρασμά σας στο (β) να

είναι λάθος; Αντίστοιχα, στο (γ); Εξηγείστε. **ε)** Να απαντήσετε στο ερώτημα (β) και στο ερώτημα (γ) αν γνωρίζετε ότι η *P*-τιμή του ζητούμενου ελέγχου είναι ίση με 0.0188. **στ)** Για να απαντήσετε στα ερωτήματα (α), (β) και (γ) χρειάστηκε να κάνετε κάποια παραδοχή; Εξηγείστε. **ζ)** Με βάση τα δείγματα τιμών από τις κατανομές των *X*, *Y*, να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά του μέσου χρόνου που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας malathion από το μέσο χρόνο που απαιτείται για την αποδόμηση της ουσίας fluvalinate. Πώς συγκρίνονται οι δύο μέσοι χρόνοι αποδόμησης με βάση αυτό το 95% διάστημα εμπιστοσύνης;

**4° Θέμα [15]** Το 1% ενός πληθυσμού πάσχει από ένα σπάνιο σύνδρομο του μυϊκού συστήματος. Ένα από τα διαγνωστικά τεστ που χρησιμοποιούνται για τη διάγνωση του συγκεκριμένου συνδρόμου, δίνει σωστή διάγνωση με πιθανότητα 0.70 όταν το εξεταζόμενο άτομο πάσχει από το σύνδρομο και με πιθανότητα 0.80 όταν το εξεταζόμενο άτομο δεν πάσχει από το σύνδρομο. Επιλέγεται ένα άτομο από τον πληθυσμό αυτό στην τύχη και υποβάλλεται στο συγκεκριμένο διαγνωστικό τεστ. **α)** Ποια είναι η πιθανότητα το τεστ να δώσει θετικό αποτέλεσμα, δηλαδή να δείξει ότι το άτομο πάσχει από το σύνδρομο. **β)** Ποια είναι η πιθανότητα να πάσχει πράγματι από το σύνδρομο ένα άτομο για το οποίο το αποτέλεσμα του τεστ είναι θετικό.

**5° Θέμα [15]** Τρεις ερευνητές E1, E2, E3 μέτρησαν τη συγκέντρωση μιας χημικής ουσίας σε ένα διάλυμα με τρεις διαφορετικές μεθόδους M1, M2, M3 ο καθένας. Οι σχετικές παρατηρήσεις (σε mg/ml) φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί (κάθε ερευνητής πήρε με κάθε μέθοδο 2 μετρήσεις).

		Μέθοδος (Παράγοντας A)		
		M1	M2	M3
Ερευνητής (Παράγοντας B)	E1	4 3.3	3.2 5	3.1 2
	E2	3.1 4	3.5 4.5	2.3 3.4
	E3	5 4	4 3.9	2 3.2

**α)** Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα δεδομένα ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στη μέτρηση της συγκέντρωσης που να οφείλεται **i)** στην αλληλεπίδραση μεταξύ ερευνητή και μεθόδου **ii)** στον ερευνητή **iii)** στη μέθοδο **β)** Ποιες παραδοχές χρειάστηκε να κάνετε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α);

(Δίνονται:  $SSTot=13.14$ ,  $SSE=5.21$ ,  $SSAB=1.00$ ,  $SSA=6.71$ ,  $F_{4;9;0.05} = 3.63$ ,  $F_{2;27;0.01} = 5.49$ ,  $F_{2;9;0.05} = 4.26$ ,  $F_{9;2;0.05} = 19.38$ ,  $F_{4;27;0.01} = 4.11$ ,  $F_{9;4;0.05} = 6.00$ ).

**6° Θέμα. [15]** Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τρεις τύποι απογόνων A, B και Γ που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 9:3:4, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 60 απογόνους που προέκυψαν, 28 βρέθηκαν να είναι τύπου A, 20 τύπου B και 12 τύπου Γ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας; Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%;

*Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3 και σε δύο από τα 4, 5, 6 που εσείς θα επιλέξετε. Για το άριστα (10) απαιτούνται 100 μόρια και για τη βάση (5) απαιτούνται 50 μόρια.*