

Εργαστήριο Μαθηματικών και Στατιστικής

Γραπτή Εξέταση Περιόδου Σεπτεμβρίου 2013 στη Στατιστική

(Για το Τμήμα Βιοτεχνολογίας και το Τμήμα Επιστήμης Τροφίμων & Διατροφής του Ανθρώπου)

23/09/2013

Θέμα-1. [20] Μια μηχανή συσκευασίας τόνου σε κονσέρβες έχει ρυθμισθεί έτσι ώστε το βάρος του περιεχομένου ανά κονσέρβα, έστω X , να ακολουθεί μια κανονική κατανομή με μέση τιμή 250gr και τυπική απόκλιση 10gr.

α) Επιλέγουμε τυχαία μια κονσέρβα από την παραγωγή της συγκεκριμένης μηχανής. Ποια είναι η πιθανότητα το βάρος του περιεχομένου της κονσέρβας **i)** να βρίσκεται μεταξύ 230gr και 270gr **ii)** να είναι μεγαλύτερο από 255gr.

β) Επιλέγουμε τυχαία 9 κονσέρβες από την παραγωγή της συγκεκριμένης μηχανής. Ποια είναι η πιθανότητα τουλάχιστον 2 από τις 9 κονσέρβες να περιέχουν ποσότητα μεγαλύτερη από 255gr.

Θέμα-2. [30] Ένας φοιτητής του Γεωπονικού Πανεπιστημίου, στο πλαίσιο της πτυχιακής εργασίας του, μελέτησε την ποσότητα *λυκοπενίου* που περιέχεται στον *τοματοπολτό διπλής συμπύκνωσης (πελτέ)* που παράγει πολύ γνωστή παραδοσιακή ελληνική βιομηχανία. Για το σκοπό αυτό, και σύμφωνα με ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, πήρε από την παραγωγή της συγκεκριμένης βιομηχανίας 36 σχετικές μετρήσεις (σε *milligrams* *λυκοπενίου* ανά *100gr* *πελτέ*). Οι μετρήσεις αυτές έδωσαν δειγματική μέση τιμή $\bar{x} = 47.2 \text{ mgr}$ με τυπική απόκλιση $s = 4 \text{ mgr}$.

α) Με βάση το δείγμα που πήρε ο φοιτητής, υπολογίστε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση ποσότητα *λυκοπενίου* που περιέχεται στον *πελτέ* που παράγει η συγκεκριμένη βιομηχανία. Πώς αντιλαμβάνεσθε (ερμηνεύετε) αυτό το διάστημα εμπιστοσύνης; Για να το υπολογίσετε χρειάστηκε να κάνετε κάποια παραδοχή;

β) Αν με βάση το ίδιο δείγμα κατασκευάσετε για τη μέση ποσότητα *λυκοπενίου* που περιέχεται στον *πελτέ* που παράγει η συγκεκριμένη βιομηχανία, ένα άλλο διάστημα εμπιστοσύνης με μεγαλύτερο συντελεστή εμπιστοσύνης, η ακρίβεια της εκτίμησης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει ίδια;

γ) Στο κουτί συσκευασίας του *πελτέ* αναγράφεται ότι η μέση ποσότητα *λυκοπενίου* που περιέχει είναι *48mgr* ανά *100gr* *πελτέ*. Να ελέγξετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αν τα δεδομένα του δείγματος που πήρε ο φοιτητής δίνουν στατιστικά σημαντικές αποδείξεις ότι η μέση ποσότητα *λυκοπενίου* που περιέχεται στον *πελτέ* που παράγει η συγκεκριμένη βιομηχανία δεν είναι *48mgr* (ανά *100gr* *πελτέ*) αλλά μικρότερη. Για να απαντήσετε χρειάστηκε να κάνετε κάποια παραδοχή;

δ) Μπορείτε να υπολογίσετε την πιθανότητα το συμπέρασμά σας στο (γ) να είναι λάθος; Εξηγείστε.

ε) Για τον έλεγχο που πρέπει να γίνει στο (γ) μπορεί το δείγμα να δώσει $P - \text{τιμή} = 0.0324$;

Θέμα-3. [30] Ένας φοιτητής του Γεωπονικού Πανεπιστημίου προκειμένου, στο πλαίσιο της πτυχιακής εργασίας του, να συγκρίνει την ποσότητα *λυκοπενίου* που περιέχεται στον *ελαφρά συμπυκνωμένο χυμό τομάτας* παραγωγής συγκεκριμένης εταιρείας με την ποσότητα *λυκοπενίου* που περιέχεται στις *ψιλοκομμένες τομάτες* παραγωγής της ίδιας εταιρείας, πήρε, σύμφωνα με ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, 16 σχετικές μετρήσεις από *ελαφρά συμπυκνωμένο χυμό τομάτας* παραγωγής της συγκεκριμένης εταιρείας (σε *milligrams* ανά *100gr*) και επίσης 16

σχετικές μετρήσεις από ψιλοκομμένες τομάτες της ίδιας εταιρείας. Οι μετρήσεις αυτές έδωσαν δειγματική μέση τιμή $\bar{x} = 12 \text{ mgr}$ με τυπική απόκλιση $s_1 = 2 \text{ mgr}$ για το δείγμα από τον ελαφρά συμπυκνωμένο χυμό τομάτας και $\bar{y} = 10 \text{ mgr}$ με $s_2 = 1.8 \text{ mgr}$ για το δείγμα από τις ψιλοκομμένες τομάτες.

α) Σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, υποστηρίζουν αυτά τα δεδομένα ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ της μέσης ποσότητας λυκοπενίου που περιέχεται στον ελαφρά συμπυκνωμένο χυμό τομάτας παραγωγής της συγκεκριμένης εταιρείας και της μέσης ποσότητας λυκοπενίου που περιέχεται στις ψιλοκομμένες τομάτες της ίδιας εταιρείας; Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%;

β) Να απαντήσετε στο ερώτημα (α) αν γνωρίζετε ότι P -τιμή ≈ 0.0058 .

γ) Αν μ_1 η μέση ποσότητα λυκοπενίου που περιέχεται στον ελαφρά συμπυκνωμένο χυμό τομάτας παραγωγής της συγκεκριμένης εταιρείας και μ_2 η μέση ποσότητα λυκοπενίου που περιέχεται στις ψιλοκομμένες τομάτες της ίδιας εταιρείας, υπολογίστε ένα 99% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά $\mu_1 - \mu_2$. Πώς μπορείτε να απαντήσετε στο πρώτο σκέλος του ερωτήματος (α) με βάση αυτό το 99% διάστημα εμπιστοσύνης που υπολογίσατε;

δ) Για να απαντήσετε στα ερωτήματα (α) και (γ) χρειάστηκε να κάνετε κάποιες παραδοχές. Να τις αναφέρετε.

Θέμα-4. [10] Θεωρείστε ότι στο **Θέμα-3** ο φοιτητής πρέπει να συγκρίνει τις μέσες ποσότητες λυκοπενίου που περιέχουν τέσσερα (αντί δύο) διαφορετικά είδη προϊόντων τομάτας (ελαφρά συμπυκνωμένος χυμός τομάτας, ψιλοκομμένες τομάτες, αποφλοιωμένα τοματάκια και τοματοπολτός διπλής συμπύκνωσης). Για το σκοπό αυτό, από κάθε είδος πήρε ένα τυχαίο δείγμα μεγέθους, n_1, n_2, n_3, n_4 αντίστοιχα, και μέτρησε τις ποσότητες λυκοπενίου. Τι στατιστικό έλεγχο (ή/και ελέγχους) θα του προτείνατε να κάνει; Αν πρέπει να ικανοποιούνται κάποιες προϋποθέσεις/παραδοχές να τις αναφέρετε.

Θέμα-5. [15] (Συνέχεια του 1^{ου} Θέματος)

α) Επιλέγουμε τυχαία 9 κονσέρβες από την παραγωγή της συγκεκριμένης μηχανής. Ποια είναι η πιθανότητα το μέσο βάρος του περιεχομένου των 9 κονσερβών να είναι μεγαλύτερο από 255gr.

β) Να προσδιορίσετε την τιμή x_0 της X για την οποία ισχύει ότι: το 1% των κονσερβών που παράγονται από τη συγκεκριμένη μηχανή έχουν βάρος (περιεχομένου) μεγαλύτερο από αυτήν την τιμή (x_0).

Θέμα-6. [15] Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τρεις τύποι απογόνων, Α, Β και Γ, που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 4:3:2, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 400 απογόνους που προέκυψαν, 140 βρέθηκαν να είναι τύπου Α, 155 τύπου Β, και 105 τύπου Γ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας;

Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3, 4 και σε ένα, που εσείς θα επιλέξετε, από τα 5, 6. Για το άριστα (10) απαιτούνται 100 μόρια και για τη βάση (5) απαιτούνται 50 μόρια.

Διάρκεια εξέτασης $2\frac{1}{2}$ ώρες.

Ευχόμαστε επιτυχία!!