

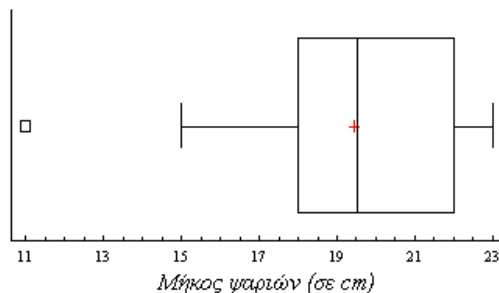
## Εργαστήριο Μαθηματικών & Στατιστικής

### Γραπτή Εξέταση Προόδου στο Β' Μέρος του Μαθήματος Στατιστική για τα Τμήματα E.T.T., Γ.Β., A.O.A. και E.Z.Π.&Υ.

19/01/2013

#### ΣΕΙΡΑ Α'

**1<sup>ο</sup> Θέμα [20]** Ας συμβολίσουμε με  $X$  την τυχαία μεταβλητή που εκφράζει τα μήκη των ψαριών *μπράνα* (*Barbus prespensis*) που ενδημούν στη Μεγάλη Πρέσπα. Ένας ερευνητής, στο πλαίσιο μιας μελέτης, ψάρεψε 16 ψάρια του συγκεκριμένου είδους από τη Μεγάλη Πρέσπα και μέτρησε το μήκος καθενός από αυτά. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται το *θηκόγραμμα* που κατασκεύασε ο ερευνητής για τη γραφική αναπαράσταση της κατανομής του συγκεκριμένου δείγματος τιμών της  $X$ .



Επίσης, υπολόγισε τη δειγματική μέση τιμή και τη δειγματική τυπική απόκλιση και, αντιστοίχως, βρήκε  $\bar{x} = 19.4 \text{ cm}$  και  $s = 3.2 \text{ cm}$ . **α)** Τι συμπεραίνετε για τη θέση, τη μεταβλητότητα και τη μορφή της κατανομής του συγκεκριμένου δείγματος τιμών της  $X$  από το *θηκόγραμμα* που κατασκεύασε και τα *στατιστικά*  $\bar{x}$  και  $s$  που υπολόγισε ο ερευνητής; (να γράψετε μια **μικρή** παράγραφο). **β)** Δώστε ένα «κεντρικό» (γύρω από τη διάμεσο) διάστημα εντός του οποίου να βρίσκεται το 50% (περίπου) των τιμών του δείγματος. **γ)** Ένα από τα 16 ψάρια βρέθηκε να έχει μήκος  $16.2 \text{ cm}$ . Τι μπορούμε να πούμε για τη θέση αυτής της τιμής της  $X$ , στην κατανομή του δείγματος;

**2<sup>ο</sup> Θέμα [25]** (αναφέρεται στα δεδομένα του 1<sup>ου</sup> Θέματος)

**α)** Υπολογίστε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το μέσο μήκος των ψαριών *μπράνα* που ενδημούν στη Μεγάλη Πρέσπα. Πώς αντιλαμβάνεσθε/ερμηνεύετε αυτό το διάστημα; **β)** Αν από το ίδιο δείγμα κατασκευάσετε για το μέσο μήκος των ψαριών *μπράνα* που ενδημούν στη Μεγάλη Πρέσπα ένα άλλο διάστημα εμπιστοσύνης με μεγαλύτερο συντελεστή εμπιστοσύνης, η ακρίβεια της εκτίμησης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει ίδια; **γ)** Για να απαντήσετε στο ερώτημα (α), χρειάστηκε να κάνετε κάποια υπόθεση; Αν ναι, να αναφέρετε έναν τρόπο ελέγχου αυτής της υπόθεσης. Το *θηκόγραμμα* της κατανομής του δείγματος σας δίνει κάποια σχετική ένδειξη; **δ)** Μεταξύ δύο αμερόληπτων εκτιμητριών μιας παραμέτρου, θα επιλέγατε αυτή που έχει τη μεγαλύτερη ή αυτή που έχει τη μικρότερη διασπορά; Εξηγήστε.

**3<sup>ο</sup> Θέμα [25]** (αναφέρεται στα δεδομένα του 1<sup>ου</sup> Θέματος)

Σύμφωνα με μια μελέτη της Εταιρείας Προστασίας Πρεσπών, το μέσο μήκος των ψαριών *μπράνα* στη Μεγάλη Πρέσπα είναι  $\mu = 20 \text{ cm}$ . **α)** Να διατυπώσετε και να κάνετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, κατάλληλο στατιστικό έλεγχο για να ελέγξετε αν τα ευρήματα στο δείγμα που πήρε ο ερευνητής υποστηρίζουν ή όχι το συμπέρασμα της μελέτης για το μέσο μήκος των ψαριών *μπράνα* στη Μεγάλη Πρέσπα **β)** Μπορείτε, με βάση το συμπέρασμά σας στο (α), να συμπεράνετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αν τα ευρήματα στο δείγμα υποστηρίζουν ή όχι το συμπέρασμα της μελέτης; **γ)** Γνωρίζετε (ή μπορείτε να υπολογίσετε) την πιθανότητα το συμπέρασμά σας στο ερώτημα (α) να είναι λάθος; **δ)** Ο ερευνητής, για το

συγκεκριμένο δείγμα που πήρε, βρήκε ότι η  $P$ -τιμή του ελέγχου που έκανε στο (α) είναι ίση με 0.0274. Πώς σχολιάζετε αυτή την τιμή; (μήπως ο ερευνητής έκανε κάποιο λάθος στον υπολογισμό της ή θα μπορούσε να είναι σωστή;)

**4<sup>ο</sup> Θέμα [15]** Σε ένα πείραμα για τη διερεύνηση της επίδρασης της πρωινής διατροφής στη συγκέντρωση της προσοχής των μαθητών Α΄ Δημοτικού κατά τα πρώτα είκοσι λεπτά της πρώτης πρωινής ώρας μαθημάτων, επελέγησαν 15 μαθητές της Α΄ Δημοτικού και με μια τυχαία διαδικασία, σε 5 μαθητές δε δόθηκε πρωινό, σε άλλους 5 δόθηκε ελαφρύ πρωινό και σε άλλους, επίσης, 5 δόθηκε πλήρες πρωινό. Στον πίνακα που ακολουθεί, φαίνεται ο χρόνος/διάρκεια συγκέντρωσης της προσοχής (σε *min*), καθενός από τους 15 μαθητές.

Χρόνοι συγκέντρωσης (σε <i>min</i> ) ανά κατηγορία πρωινής διατροφής		
Όχι πρωινό	Ελαφρύ πρωινό	Πλήρες πρωινό
8	14	10
7	16	12
9	12	16
13	17	15
10	11	12

**α)** Τι τύπου πειραματικό σχέδιο εφαρμόστηκε; **β)** Με βάση αυτά τα πειραματικά δεδομένα και σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στη διάρκεια συγκέντρωσης της προσοχής των μαθητών Α΄ Δημοτικού κατά τα πρώτα είκοσι λεπτά της πρώτης πρωινής ώρας μαθημάτων, που να οφείλεται στην πρωινή διατροφή; **γ)** Ποιες παραδοχές χρειάστηκε να κάνετε για να απαντήσετε στο ερώτημα (β); (Δίνεται ότι,  $SSE = 71.2$  και  $SSTot = 129.7$ )

**5<sup>ο</sup> Θέμα [15]** Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τρεις τύποι απογόνων, Α, Β και Γ, που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 8:7:3, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 360 απογόνους που προέκυψαν, 150 βρέθηκαν να είναι τύπου Α, 145 τύπου Β, και 65 τύπου Γ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας;

**6<sup>ο</sup> Θέμα [15]** Ένας φοιτητής του Τμήματος Περιβάλλοντος του Πανεπιστημίου Αιγαίου, στο πλαίσιο μιας εργαστηριακής άσκησης, πήρε 15 μετρήσεις συγκέντρωσης οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης και 12 άλλες μετρήσεις στα νερά παρακείμενης θαλάσσιας περιοχής έξω από το λιμάνι. Οι μετρήσεις στα νερά που ελήφθησαν μέσα από το λιμάνι έδωσαν μέση συγκέντρωση οξυγόνου 13.0mg/lit με τυπική απόκλιση 0.2mg/lit, ενώ οι μετρήσεις στα νερά που ελήφθησαν έξω από το λιμάνι έδωσαν μέση συγκέντρωση οξυγόνου 13.3mg/lit με τυπική απόκλιση 0.2mg/lit.

**α)** Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν τα δεδομένα αυτά μειωμένη συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης σε σχέση με τη συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά έξω από το λιμάνι; Σε επίπεδο σημαντικότητας 1%; **β)** Για να υποστηρίξει καλύτερα (πειστικότερα) ο φοιτητής το συμπέρασμά του, θα του προτείνατε να αναφερθεί στον έλεγχο που έκανε σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ή στον έλεγχο που έκανε σε επίπεδο σημαντικότητας 1%; Εξηγήστε.

**Θα σας χρειασθούν κάποιες από τις παρακάτω τιμές,  $F_{n,m;\alpha}$ , της κατανομής  $F_{n,m}$ :**

$$F_{4;12;0.05} = 3.26, \quad F_{2;6;0.05} = 5.14, \quad F_{6;2;0.05} = 19.33, \quad F_{3;15;0.05} = 3.29, \quad F_{11;6;0.05} = 4.03, \\ F_{11;2;0.05} = 19.40, \quad F_{6;11;0.05} = 3.9, \quad F_{2;12;0.05} = 3.89, \quad F_{12;2;0.05} = 19.4, \quad F_{15;3;0.05} = 8.70$$

**Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3 και σε δύο από τα 4, 5 και 6 που εσείς θα επιλέξετε.**

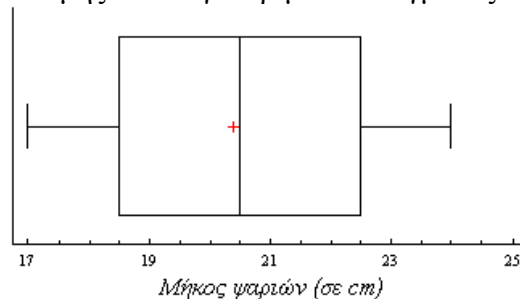
## Εργαστήριο Μαθηματικών & Στατιστικής

### Γραπτή Εξέταση Προόδου στο Β' Μέρος του Μαθήματος Στατιστική για τα Τμήματα E.T.T., Γ.Β., A.O.A. και E.Z.Π.&Υ.

19/01/2013

#### ΣΕΙΡΑ Β'

**1<sup>ο</sup> Θέμα [20]** Ας συμβολίσουμε με  $X$  την τυχαία μεταβλητή που εκφράζει τα μήκη των ψαριών *μπράνα* (*Barbus prespensis*) που ενδημούν στη Μεγάλη Πρέσπα. Ένας ερευνητής, στο πλαίσιο μιας μελέτης, ψάρεψε 16 ψάρια του συγκεκριμένου είδους από τη Μεγάλη Πρέσπα και μέτρησε το μήκος καθενός από αυτά. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται το *θηκόγραμμα* που κατασκεύασε ο ερευνητής για τη γραφική αναπαράσταση της κατανομής του συγκεκριμένου δείγματος τιμών της  $X$ .



Επίσης, υπολόγισε τη δειγματική μέση τιμή και τη δειγματική τυπική απόκλιση και, αντιστοίχως, βρήκε  $\bar{x} = 20.4 \text{ cm}$  και  $s = 2.3 \text{ cm}$ . **α)** Τι συμπεραίνετε για τη θέση, τη μεταβλητότητα και τη μορφή της κατανομής του συγκεκριμένου δείγματος τιμών της  $X$  από το *θηκόγραμμα* που κατασκεύασε και τα *στατιστικά*  $\bar{x}$  και  $s$  που υπολόγισε ο ερευνητής; (να γράψετε μια **μικρή** παράγραφο). **β)** Δώστε ένα συμμετρικό, ως προς τη δειγματική μέση τιμή, διάστημα, εντός του οποίου να βρίσκεται τουλάχιστον το 75% των τιμών του δείγματος. **γ)** Η *z-τιμή* του μήκους ενός από τα 16 ψάρια, υπολογίσθηκε ίση με  $-1.5$ . Πώς ερμηνεύετε/ αντιλαμβάνεσθε αυτή τη *z-τιμή*;

**2<sup>ο</sup> Θέμα [25]** (αναφέρεται στα δεδομένα του 1<sup>ου</sup> Θέματος)

**α)** Υπολογίστε ένα 99% διάστημα εμπιστοσύνης για το μέσο μήκος των ψαριών *μπράνα* που ενδημούν στη Μεγάλη Πρέσπα. Πώς αντιλαμβάνεσθε/ερμηνεύετε αυτό το διάστημα; **β)** Αν από το ίδιο δείγμα κατασκευάσετε για το μέσο μήκος των ψαριών *μπράνα* που ενδημούν στη Μεγάλη Πρέσπα ένα άλλο διάστημα εμπιστοσύνης με μεγαλύτερο συντελεστή εμπιστοσύνης, το σφάλμα της εκτίμησης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει ίδιο; **γ)** Για να απαντήσετε στο ερώτημα (α), χρειάστηκε να κάνετε κάποια υπόθεση; Αν ναι, να αναφέρετε έναν τρόπο ελέγχου αυτής της υπόθεσης. Το *θηκόγραμμα* της κατανομής του δείγματος σας δίνει κάποια σχετική ένδειξη; **δ)** Γιατί ως εκτιμήτρια της πληθυσμιακής διασποράς  $\sigma^2$  χρησιμοποιούμε

$$\text{την } S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ και όχι την } S_*^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 ;$$

**3<sup>ο</sup> Θέμα [25]** (αναφέρεται στα δεδομένα του 1<sup>ου</sup> Θέματος)

Σύμφωνα με μια μελέτη της Εταιρείας Προστασίας Πρεσπών, το μέσο μήκος των ψαριών *μπράνα* στη Μεγάλη Πρέσπα είναι  $\mu = 20 \text{ cm}$ . **α)** Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, τα ευρήματα στο δείγμα που πήρε ο ερευνητής υποστηρίζουν το συμπέρασμα της μελέτης για το μέσο μήκος των ψαριών *μπράνα* στη Μεγάλη Πρέσπα ή μήπως υποστηρίζουν ότι αυτό έχει αυξηθεί; **β)** Μπορείτε, με βάση το συμπέρασμά σας στο (α), να συμπεράνετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, αν τα ευρήματα στο δείγμα υποστηρίζουν το συμπέρασμα της μελέτης ή υποστηρίζουν ότι το μέσο μήκος των

ψαριών έχει αυξηθεί; **γ)** Γνωρίζετε (ή μπορείτε να υπολογίσετε) την πιθανότητα το συμπέρασμά σας στο ερώτημα (α) να είναι λάθος; **δ)** Ο ερευνητής υπολόγισε, για το συγκεκριμένο δείγμα που πήρε, την *P*-τιμή του ελέγχου που έκανε στο (α) και τη βρήκε ίση με 0.2486. Πώς αντιλαμβάνεστε αυτή την τιμή; Πώς μπορείτε να τη χρησιμοποιήσετε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α);

**4° Θέμα [15]** Μια ομάδα ερευνητών μελέτησε τη μόλυνση των νερών ενός ποταμού από βιομηχανικά απόβλητα. Ως μέρος αυτής της μελέτης, συνέκρινε τη συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου στα νερά του ποταμού σε 4 περιοχές της κοίτης του, K1, K2, K3 και K4. Από κάθε περιοχή οι ερευνητές πήραν, με βάση ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, έξι δείγματα νερού. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι συγκεντρώσεις διαλυμένου οξυγόνου (σε ppm) στις τέσσερις περιοχές του ποταμού (πέντε από τα δείγματα νερού που ελήφθησαν, χάθηκαν).

		Συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου (σε ppm)				
Περιοχή	K1	6.1	6.3	6.1	6.0	
	K2	6.0	6.2	6.1	5.8	
	K3	4.8	4.3	5.0	4.7	5.1
	K4	6.3	6.6	6.4	6.4	6.5

**α)** Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα δεδομένα ότι μεταξύ των τεσσάρων περιοχών υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ως προς τη μέση συγκέντρωση διαλυμένου οξυγόνου; **β)** Ποιες παραδοχές χρειάστηκε να κάνετε για να απαντήσετε στο ερώτημα (α); (Δίνεται ότι,  $SSE = 0.59$  και  $SSTot = 8.67$ )

**5° Θέμα [15]** Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τρεις τύποι απογόνων, A, B και Γ, που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 8:5:2, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 450 απογόνους που προέκυψαν, 250 βρέθηκαν να είναι τύπου A, 150 τύπου B, και 50 τύπου Γ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας;

**6° Θέμα [15]** Ένας φοιτητής του Τμήματος Περιβάλλοντος του Πανεπιστημίου Αιγαίου, στο πλαίσιο μιας εργαστηριακής άσκησης, πήρε 15 μετρήσεις συγκέντρωσης οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης και 12 άλλες μετρήσεις στα νερά παρακείμενης θαλάσσιας περιοχής έξω από το λιμάνι. Οι μετρήσεις στα νερά που ελήφθησαν μέσα από το λιμάνι έδωσαν μέση συγκέντρωση οξυγόνου 13.00mg/l με τυπική απόκλιση 0.2mg/l, ενώ οι μετρήσεις στα νερά που ελήφθησαν έξω από το λιμάνι έδωσαν μέση συγκέντρωση οξυγόνου 13.3mg/l με τυπική απόκλιση 0.2mg/l.

**α)** Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν τα δεδομένα αυτά ότι η συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης διαφέρει από τη συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά έξω από το λιμάνι; Σε επίπεδο σημαντικότητας 1%; **β)** Για να υποστηρίξει καλύτερα (πειστικότερα) ο φοιτητής το συμπέρασμά του, θα του προτείνατε να αναφερθεί στον έλεγχο που έκανε σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ή στον έλεγχο που έκανε σε επίπεδο σημαντικότητας 1%;

**Θα σας χρειασθούν κάποιες από τις παρακάτω τιμές,  $F_{n,m;\alpha}$ , της κατανομής  $F_{n,m}$ :**

$$F_{4;12;0.05} = 3.26, \quad F_{2;6;0.05} = 5.14, \quad F_{6;2;0.05} = 19.33, \quad F_{3;15;0.05} = 3.29, \quad F_{11;6;0.05} = 4.03, \\ F_{11;2;0.05} = 19.40, \quad F_{6;11;0.05} = 3.9, \quad F_{2;12;0.05} = 3.89, \quad F_{12;2;0.05} = 19.4, \quad F_{15;3;0.05} = 8.70$$

**Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3 και σε δύο από τα 4, 5 και 6 που εσείς θα επιλέξετε.**