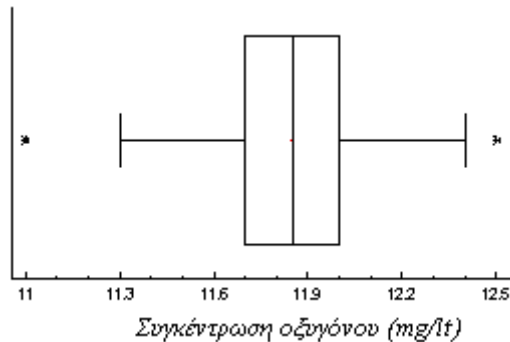


**Γραπτή Εξέταση Προόδου στο Β' Μέρος του Μαθήματος Στατιστική
(Για τα Τμήματα Ε.Τ.&Α.Α. και Βιοτεχνολογίας)**

24/01/2014

1^ο Θέμα [15] Ένας φοιτητής του Τμήματος Περιβάλλοντος του Πανεπιστημίου Αιγαίου, στο πλαίσιο μιας εργαστηριακής άσκησης, πήρε σύμφωνα με ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας 9 μετρήσεις συγκέντρωσης οξυγόνου από τα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης. Το *θηκόγραμμα* της κατανομής αυτών των μετρήσεων φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Ο φοιτητής υπολόγισε το μέσο και την τυπική απόκλιση των 9 μετρήσεων και βρήκε $\bar{x} = 11.85 \text{ mg/l}$ και $s = 0.34 \text{ mg/l}$, αντίστοιχα. **α)** Γράψτε μια μικρή παράγραφο για τη μεταβλητότητα αυτού του δείγματος και για τη θέση και τη μορφή της κατανομής του. **β)** Δώστε ένα συμμετρικό διάστημα γύρω από το μέσο του δείγματος, εντός του οποίου να βρίσκεται τουλάχιστον το 75% των τιμών του δείγματος **γ)** Έστω $x_0 = 11.51 \text{ mg/l}$ μια από τις τιμές του δείγματος. Τι μπορείτε να πείτε για τη θέση αυτής της τιμής στην κατανομή του δείγματος.

2^ο Θέμα [20] (αναφέρεται στα δεδομένα του 1^{ου} Θέματος)

α) Να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης. Πώς αντιλαμβάνεσθε (πώς ερμηνεύετε) αυτό το διάστημα; **β)** Για να απαντήσετε στο ερώτημα (α), χρειάστηκε να κάνετε κάποια παραδοχή; Αν ναι, να αναφέρετε έναν τρόπο ελέγχου της βασιμότητας αυτής της παραδοχής. Το *θηκόγραμμα* της κατανομής του δείγματος σας δίνει κάποια σχετική ένδειξη; **γ)** Αν από το ίδιο δείγμα κατασκευάσουμε για τη μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης, ένα άλλο διάστημα εμπιστοσύνης με μικρότερο συντελεστή εμπιστοσύνης, η ακρίβεια της εκτίμησης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει ίδια; **δ)** Γνωρίζουμε ότι η *δειγματική μέση τιμή* \bar{X} , είναι μια αμερόληπτη και συνεπής εκτιμήτρια της μέσης τιμής μ ενός πληθυσμού. Πώς αντιλαμβάνεσθε αυτές τις ιδιότητες της \bar{X} ;

3^ο Θέμα [30] (αναφέρεται στα δεδομένα του 1^{ου} Θέματος)

Σύμφωνα με παλαιότερη μελέτη του Πανεπιστημίου Αιγαίου η μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης είναι $\mu = 12 \text{ mg/l}$. **α)** Να διατυπώσετε και να κάνετε, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, κατάλληλο στατιστικό έλεγχο για να ελέγξετε αν τα ευρήματα στο δείγμα που πήρε ο φοιτητής δίνουν στατιστικά σημαντικές αποδείξεις ότι πλέον η μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης δεν είναι 12 mg/l αλλά μικρότερη. Αν πρέπει να κάνετε κάποια παραδοχή να την αναφέρετε. **β)** Με βάση την απάντησή σας στο (α), μπορείτε να συμπεράνετε αν τα ευρήματα στο δείγμα, δίνουν σε επίπεδο σημαντικότητας 1%, στατιστικά σημαντικές αποδείξεις ότι η μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι της Μυτιλήνης δεν είναι πλέον 12 mg/l αλλά μικρότερη; Εξηγήστε. **γ)** Μπορείτε να υπολογίσετε (ή γνωρίζετε) την πιθανότητα το συμπέρασμά σας στο (α) να είναι λάθος; Εξηγήστε. **δ)** Η *P-τιμή* που δίνουν τα

ευρήματα στο δείγμα, θα μπορούσε να είναι ίση με 0.1111; ε) Ο επιβλέπων καθηγητής είπε στο φοιτητή να επαναλάβει την εργαστηριακή άσκηση παίρνοντας αυτή τη φορά δείγμα 25 μετρήσεων. Πράγματι ο φοιτητής επανέλαβε τη δειγματοληψία και για το νέο δείγμα βρήκε μέσο $\bar{x} = 11.80 \text{ mg/l}$ και τυπική απόκλιση $s = 0.32 \text{ mg/l}$. Να απαντήσετε στο (α) ερώτημα με βάση τα ευρήματα σε αυτό το (μεγαλύτερο) δείγμα. Γνωρίζετε την πιθανότητα το συμπέρασμά σας να είναι λάθος; Πώς σχολιάζετε το συμπέρασμα που τώρα προκύπτει για τη μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά μέσα στο λιμάνι σε σχέση με το συμπέρασμά σας στο ερώτημα (α).

4^ο Θέμα [20] Ο φοιτητής (του 1^{ου} θέματος) στο πλαίσιο μιας άλλης εργαστηριακής άσκησης, πήρε με βάση ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας 25 μετρήσεις συγκέντρωσης οξυγόνου και από τα νερά μέσα στο λιμάνι της Χίου. Οι μετρήσεις αυτές έδωσαν μέσο $\bar{y} = 11.1 \text{ mg/l}$ και τυπική απόκλιση $s_2 = 0.28 \text{ mg/l}$. Με βάση τα ευρήματα σε αυτό το δείγμα και τα ευρήματα στο δείγμα μεγέθους 25 που πήρε από το λιμάνι της Μυτιλήνης **α)** να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά της μέσης συγκέντρωσης οξυγόνου στα νερά των δύο λιμανιών και με βάση αυτό το διάστημα να συμπεράνετε αν η μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά των δύο λιμανιών είναι ίδια ή διαφέρει. Ποια είναι η πιθανότητα το συμπέρασμά σας να είναι λάθος; **β)** να κάνετε σε επίπεδο σημαντικότητας 5% στατιστικό έλεγχο για να ελέγξετε αν η μέση συγκέντρωση οξυγόνου στα νερά των δύο λιμανιών είναι ίδια ή διαφέρει. Συμφωνεί το συμπέρασμά σας με αυτό του ερωτήματος (α); Γνωρίζετε την πιθανότητα το συμπέρασμά σας να είναι λάθος; **γ)** Για να απαντήσετε στα ερωτήματα (α) και (β) χρειάστηκε να κάνετε κάποιες παραδοχές; Αν ναι, να τις διατυπώσετε.

5^ο Θέμα [15] α) Ο φοιτητής (του 1^{ου} θέματος) πρέπει, στο πλαίσιο της πτυχιακής του εργασίας, να συγκρίνει τα νερά τεσσάρων λιμανιών (Μυτιλήνης, Χίου, Μύρινας και Σαμοθράκης) ως προς τη μέση συγκέντρωση οξυγόνου που περιέχουν. Για το σκοπό αυτό, έκανε σύμφωνα με ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, n_1, n_2, n_3, n_4 σχετικές μετρήσεις στα νερά των λιμανιών Μυτιλήνης, Χίου, Μύρινας και Σαμοθράκης, αντίστοιχα. Τι στατιστικό έλεγχο θα του προτείνατε να κάνει; Αν για τον έλεγχο που θα του προτείνατε πρέπει να ικανοποιούνται κάποιες προϋποθέσεις/παραδοχές να τις αναφέρετε. **β)** Σε ένα πρόβλημα ANOVA με δύο παράγοντες, έστω A και B, διαπιστώνετε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική επίδραση στη μεταβλητή απόκρισης, έστω Y, που οφείλεται στην **αλληλεπίδραση** μεταξύ των παραγόντων A και B. Πώς αντιλαμβάνεσθε (τι σημαίνει/πώς ερμηνεύετε) αυτή την επίδραση; **γ)** Πώς αντιλαμβάνεσθε την έννοια της ισχύος ενός στατιστικού ελέγχου υποθέσεων;

6^ο Θέμα [15] Σύμφωνα με ένα μοντέλο κληρονομικότητας, οι τέσσερις τύποι απογόνων, A, B, Γ και Δ που προκύπτουν από διασταύρωση ορισμένου είδους πειραματόζωων, πρέπει να βρίσκονται σε αναλογία 9:3:3:1, αντίστοιχα. Σε ένα σχετικό πείραμα, από 320 απογόνους που προέκυψαν, 170 βρέθηκαν να είναι τύπου A, 65 τύπου B, 67 τύπου Γ και 18 τύπου Δ. Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αυτά τα πειραματικά δεδομένα δίνουν άραγε σημαντικές αποδείξεις εναντίον του μοντέλου κληρονομικότητας; Γνωρίζετε την πιθανότητα το συμπέρασμά σας να είναι λάθος;

Πρέπει να απαντήσετε στα θέματα 1, 2, 3, 4 και σε ένα από τα 5 και 6 που εσείς θα επιλέξετε. Για το άριστα (10) απαιτούνται 100 μόρια και για τη βάση (5), 50 μόρια.

Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες
Ευχόμαστε επιτυχία!!