ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

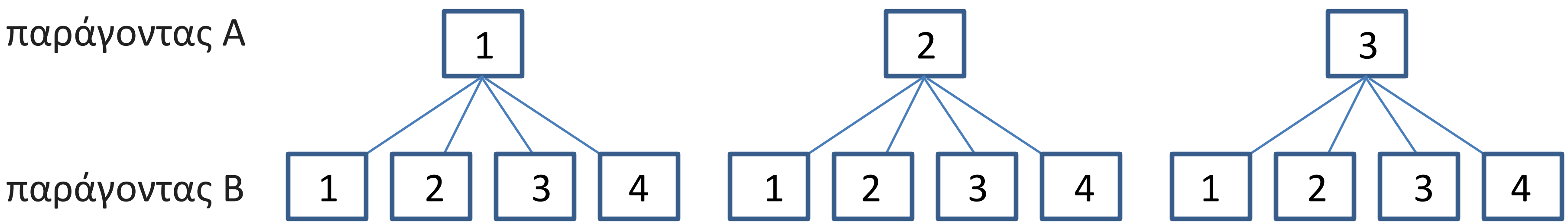
Nested and split plot designs

Κατσιλέρος Αναστάσιος

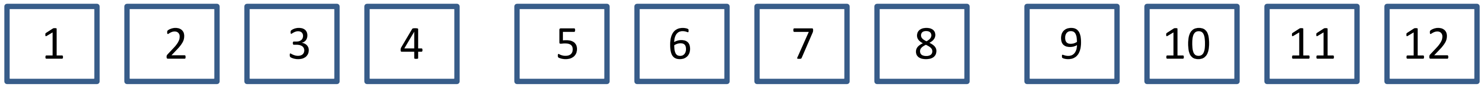
2017

ΙΕΡΑΡΧΙΚΟΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΙ
(nested design)

Σε ορισμένα παραγοντικά πειράματα, τα επίπεδα ενός παράγοντα (π.χ. Β) είναι παρόμοια αλλά όχι όμοια για τα διαφορετικά επίπεδα του άλλου παράγοντα (π.χ. Α). Μια τέτοια διάταξη ονομάζεται ένθετος ή ιεραρχικός (nested) σχεδιασμός, με τα επίπεδα του παράγοντα Β τοποθετημένα κάτω από τα επίπεδα του παράγοντα Α.



ή (επειδή δεν είναι όμοια τα επίπεδα του παράγοντα Β)



Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Το γραμμικό πρότυπο πειράματος με ιεραρχικό σχεδιασμό είναι το εξής:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + \varepsilon_{(ij)k}$$

μ : ο μέσος του πληθυσμού
α_i : η επίδραση του *i* επιπέδου του παράγοντα Α
$\beta_{j(i)}$: η επίδραση του *j* επιπέδου του παράγοντα Β στο επίπεδο *i* του παράγοντα Α.
$\varepsilon_{(ij)k}$: πειραματικό σφάλμα
Επειδή δεν εμφανίζεται κάθε επίπεδο του παράγοντα Β σε κάθε επίπεδο του παράγοντα Α, δεν μπορεί να υπάρξει αλληλεπίδραση μεταξύ Α και Β.

Κατάτμηση αθροίσματος τετραγώνων

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}[(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}) + (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..}) + (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})]^2$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk} - \bar{Y}_{...})^2 = bn\sum_{i=1}^{a}(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...})^2 + n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$$

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Πίνακας ανάλυσης της παραλλακτικότητας πειράματος με ιεραρχικό σχεδιασμό

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F	ΘΜΣΤ*
A	a – 1	$AT_A = bn\sum_{i=1}^{a}(\overline{Y}_{i..} - \overline{Y}_{...})^2$	$MT_A = \frac{AT_A}{(a-1)}$	$\frac{MT_A}{MT_{B(A)}}$	$\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_B^2 + bn\sigma_A^2$
B (εντός A)	a(b – 1)	$AT_B = n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\overline{Y}_{ij.} - \overline{Y}_{i..})^2$	$MT_B = \frac{AT_B}{a(b-1)}$	$\frac{MT_{B(A)}}{MT_{\upsilon\pi}}$	$\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_B^2$
Υπόλοιπο	ab(n – 1)	$AT_{\upsilon\pi} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk} - \overline{Y}_{ij.})^2$	$MT_{\upsilon\pi} = \frac{AT_{\upsilon\pi}}{ab(n-1)}$		σ_ε^2
Σύνολο	abn – 1	$AT_\Sigma = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk} - \overline{Y}_{...})^2$			

*A και B: Πρότυπο ΙΙ (Τυχαίων Επιδράσεων)

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Πίνακας Ανάλυσης Παραλλακτικότητας

Πηγή παρ/τας	**ΒΕ**	**ΘΣΜΤ[1]**	**ΘΣΜΤ[2]**	**ΘΣΜΤ[3]**
A	a – 1	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{bn\sum_{i=1}^{a}\alpha_i^2}{a-1}$	$\sigma_\varepsilon^2 + n\sigma_B^2 + bn\sigma_a^2$	$\sigma_e^2 + n\sigma_\beta^2 + \frac{bn\sum_{i=1}^{a}\alpha_i^2}{a-1}$
Β (εντός Α)	a(b – 1)	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\beta_{j(i)}^2}{a(b-1)}$	$\sigma_e^2 + n\sigma_\beta^2$	$\sigma_e^2 + n\sigma_\beta^2$
Υπόλοιπο	ab(n – 1)	σ_e^2	σ_e^2	σ_e^2

[1] Μοντέλο σταθερών επιδράσεων, [2] Μοντέλο τυχαίων επιδράσεων και [3] Μοντέλο μεικτών επιδράσεων (Α προκαθορισμένο και Β τυχαίο)

Παράδειγμα. Πείραμα με ιεραρχικό σχεδιασμό δύο παραγόντων (3Χ4) με τρεις επαναλήψεις.

	Παράγοντας Α											
	A_1				A_2				A_3			
Παράγοντας Β	B_1	B_2	B_3	B_4	B_1	B_2	B_3	B_4	B_1	B_2	B_3	B_4
	2	5	12	2	4	8	11	5	3	8	15	2
	3	8	15	5	8	9	18	8	5	9	18	8
	2	9	17	8	5	7	14	7	5	8	20	5
$Y_{ij.}$	7	22	44	15	17	24	43	20	13	25	53	15
$Y_{i..}$	88				104				106			
$Y_{...}$	298											

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

$$AT_{συνόλου} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^{2} - \frac{Y_{...}^{2}}{abn} = (2)^2 + ... + (5)^2 - \frac{298^2}{36} = 859{,}2$$

$$AT_{επεμβάσεων} = \sum_{i=1}^{a} \frac{Y_{i..}^{2}}{bn} - \frac{Y_{...}^{2}}{abn} = \frac{(88)^2 + (104)^2 + (106)^2}{4*3} - \frac{298^2}{36} = 16{,}2$$

$$AT_{B(A)} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{Y_{ij.}^{2}}{n} - \sum_{i=1}^{a} \frac{Y_{i..}^{2}}{bn} = \frac{(7)^2 + (22)^2 .... + (55)^2 + (15)^2}{3} - \frac{(88)^2 + (104)^2 + (106)^2}{4*3} = 729$$

$$AT_{υπ} = AT_{συνόλου} - AT_{επεμβάσεων} - AT_{B(A)} = 859{,}2 - 16{,}2 - 729 = 114$$

Πίνακας ανάλυσης της παραλλακτικότητας πειράματος με ιεραρχικό σχεδιασμό

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F
Α	a – 1 = 2	16,2	8,81	0,1^{ns}
Β (εντός Α)	a(b – 1) = 9	729	81	17,05**
Υπόλοιπο	ab(n – 1) = 24	114	4,75	
Σύνολο	abn – 1 = 35	859,2		

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> attach(Nested_design)
> A=factor(A); B=factor(B)
> fit=aov(Y~A+Error(A:B))
> summary(fit)
```

Error: A:B

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
A	2	16.2	8.11	0.1	0.906
Residuals	9	729.0	81.00		

Error: Within

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Residuals	24	114	4.75		

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> library(EMSaov)
> fit=EMSanova(Y~A+B, data=Nested_design, type=c("F","R"), nested=c(NA,"A"))
> fit
```

	Df	SS	MS	Fvalue	Pvalue	Sig	EMS
A	2	16.22222	8.111111	0.1001	0.9057		Error+3B(A)+12A
B(A)	9	729.00000	81.000000	17.0526	<0.0001	***	Error+3B(A)
Residuals	24	114.00000	4.750000				Error

```
> LSD.test(Y, B, 24, 4.75, console = T)
```

Study: Y ~ B

LSD t Test for Y

Mean Square Error: 4.75

B, means and individual (95 %) CI

	Y	std	r	LCL	UCL	Min	Max
B1	4.111111	1.900292	9	2.611724	5.610499	2	8
B2	7.888889	1.269296	9	6.389501	9.388276	5	9
B3	15.555556	2.962731	9	14.056168	17.054943	11	20
B4	5.555556	2.403701	9	4.056168	7.054943	2	8

Alpha: 0.05 ; DF Error: 24
Critical Value of t: 2.063899

least Significant Difference: 2.120454

Treatments with the same letter are not significantly different.

	Y	groups
B3	15.555556	a
B2	7.888889	b
B4	5.555556	c
B1	4.111111	c

ΥΠΟ - ΔΙΑΙΡΕΜΕΝΑ ΤΕΜΑΧΙΑ
(split plot designs)

Σε κάποιες περιπτώσεις όπου υπάρχουν περιορισμοί στην τυχαιοποίηση των συνδυασμών των επεμβάσεων, καταφεύγουμε σε ένα ειδικό πειραματικό σχεδιασμό όπου οι πειραματικές μονάδες (κύριες μονάδες ή τεμάχια - main units or plots), που δέχεται τις επεμβάσεις του ενός παράγοντα (κύριες επεμβάσεις), διαιρούνται σε υπομονάδες ή υποτεμάχια (subunits or subplots) στις οποίες εφαρμόζονται οι επεμβάσεις του δεύτερου παράγοντα (υποεπεμβάσεις).

Το σχέδιο αυτό λέγεται Σχέδιο Υποδιαιρεμένων Τεμαχίων και χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με τα σχέδια των Τυχαιοποιημένων Πλήρων Ομάδων, του Λατινικού Τετραγώνου ή και του Εντελώς Τυχαιοποιημένου Σχεδίου.

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Πείραμα δύο παραγόντων (2Χ3) με 3 επαναλήψεις, σε σχέδιο ΤΠΟ

Ομάδα 1η	Ομάδα 2η	Ομάδα 3η
$\alpha_0\beta_2$	$\alpha_1\beta_2$	$\alpha_0\beta_2$
$\alpha_1\beta_0$	$\alpha_0\beta_0$	$\alpha_1\beta_2$
$\alpha_0\beta_1$	$\alpha_0\beta_1$	$\alpha_0\beta_0$
$\alpha_1\beta_1$	$\alpha_1\beta_1$	$\alpha_1\beta_1$
$\alpha_0\beta_0$	$\alpha_1\beta_0$	$\alpha_0\beta_1$
$\alpha_1\beta_2$	$\alpha_0\beta_2$	$\alpha_1\beta_0$

Πείραμα δύο παραγόντων (2Χ3) με 3 επαναλήψεις, σε διάταξη των υποδιαιρεμένων τεμαχίων, σε σχέδιο ΤΠΟ.

Ομάδα 1η		Ομάδα 2η		Ομάδα 3η	
α_0	α_1	α_1	α_0	α_1	α_0
$\alpha_0\beta_2$	$\alpha_1\beta_2$	$\alpha_1\beta_2$	$\alpha_0\beta_0$	$\alpha_1\beta_2$	$\alpha_0\beta_2$
$\alpha_0\beta_1$	$\alpha_1\beta_1$	$\alpha_1\beta_1$	$\alpha_0\beta_1$	$\alpha_1\beta_1$	$\alpha_0\beta_0$
$\alpha_0\beta_0$	$\alpha_1\beta_0$	$\alpha_1\beta_0$	$\alpha_0\beta_2$	$\alpha_1\beta_0$	$\alpha_0\beta_1$

Περιπτώσεις χρησιμοποίησης σχεδίου υπο-διαιρεμένων τεμαχίων:

- ✓ Ορισμένες πειραματικές επεμβάσεις έχουν μεγαλύτερες απαιτήσεις στην εφαρμογή τους.
- ✓ Αύξηση των πληροφοριών που παίρνουμε από τα πείραμα.
- ✓ Χρειαζόμαστε μεγαλύτερη ευαισθησία για τις συγκρίσεις ορισμένων παραγόντων από ότι σε άλλους ή ξέρουμε εκ των προτέρων ότι σε ορισμένους παράγοντες παρατηρούνται μεγαλύτερες διαφορές.

Οι επεμβάσεις που εφαρμόζονται στα υποτεμάχια παρουσιάζουν μικρότερη παραλλακτικότητα σε σχέση με αυτές που εφαρμόζονται στα κύρια τεμάχια. Για αυτό το λόγο εφαρμόζουμε στα υποτεμάχια τις επεμβάσεις που 1) έχουν λιγότερες απαιτήσεις, 2) έχουν μεγάλη σημασία, 3) περιμένουμε να παρουσιάσουν μικρότερες διαφορές ή 4) πρέπει να συγκριθούν με μεγαλύτερη ευαισθησία.

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Στη στατιστική ανάλυση των σχεδίων των υποδιαιρεμένων τεμαχίων πρέπει να λάβουμε υπόψη την παρουσία των δύο διαφορετικών μεγεθών των πειραματικών μονάδων (κύριες μονάδες-τεμάχια και υπομονάδες-υποτεμάχια) που χρησιμοποιήθηκαν για τον έλεγχων των παραγόντων.

Υπάρχουν δύο σφάλματα τα οποία αντιπροσωπεύουν:

α) την παραλλακτικότητα μεταξύ των κυρίων τεμαχίων μέσα στις ομάδες (υπόλοιπο a) καθώς και

β) την παραλλακτικότητα μεταξύ των υποτεμαχίων μέσα στα κύρια τεμάχια (υπόλοιπο b).

ΔΙΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΟ Τ.Π.Ο.		**ΥΠΟΔΙΑΙΡΕΜΕΝΑ ΤΕΜΑΧΙΑ**	
Πηγή παρ/τας	**ΒΕ**	**Πηγή παρ/τας**	**ΒΕ**
Ομάδες	r – 1	Ομάδες (R)	r – 1
A	a – 1	A	a – 1
		(R)X(A) ή υπόλοιπο (a)	(r – 1)(a – 1)
B	b – 1	B	b – 1
AB	(a – 1)(b – 1)	AB	(a – 1)(b – 1)
Υπόλοιπο	(r – 1)(ab – 1)	Υπόλοιπο (b)	(r–1)a(b–1)
Σύνολο	abr – 1	Σύνολο	abr – 1

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Το γραμμικό πρότυπο πειράματος υποδιαιρεμένων τεμαχίων που ακολουθεί το σχέδιο των τυχαιοποιημένων πλήρων ομάδων:

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \beta_k + (\rho\alpha)_{ij} + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

μ : ο μέσος του πληθυσμού

ρ_i : οι επαναλήψεις *i*

α_j : η επίδραση του *j* επιπέδου του κυρίου τεμαχίου

$(\rho\alpha)_{ij}$: η αλληλεπίδραση του *i* επιπέδου της ομάδας με το *j* επίπεδο του κυρίου τεμαχίου

β_k : η επίδραση του *k* επιπέδου του υποτεμαχίου

$(\alpha\beta)_{jk}$: η αλληλεπίδραση του *j* επιπέδου του πρώτου παράγοντα με το *k* επίπεδο του δευτέρου παράγοντα

ε_{ijk} : η απόκλιση της Y_{ijk} από τον πληθυσμιακό μέσο του *ij* πληθυσμού

Κατάτμηση αθροίσματος τετραγώνων

$$Y_{ijk} - \bar{Y}_{...} = \overset{\text{(ομάδα)}}{\left(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}\right)} + \overset{\text{(παράγοντα A)}}{\left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)} + \overset{\text{(παράγοντα B)}}{\left(\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}\right)} + \overset{\text{(υπόλοιπο a)}}{\left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right)} + \overset{\text{(αλληλεπίδραση)}}{\left(\bar{Y}_{.jk} - \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{..k} + \bar{Y}_{...}\right)} + \overset{\text{(υπόλοιπο b)}}{\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{.jk} + \bar{Y}_{.j.}\right)}$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{n=1}^{n}\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{..}\right)^2 = ab\sum_{i=1}^{r}\left(\bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{...}\right)^2 + br\sum_{j=1}^{a}\left(\bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{...}\right)^2 + ar\sum_{k=1}^{b}\left(\bar{Y}_{..k} - \bar{Y}_{...}\right)^2 + b\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{a}\left(\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y}_{...}\right)^2 +$$

$$r\sum_{j=1}^{a}\sum_{k=1}^{b}\left(\bar{Y}_{.jk} - \bar{Y}_{.j.} - \bar{Y}_{..k} + \bar{Y}_{...}\right)^2 + \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{a}\sum_{n=1}^{b}\left(Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{.jk} + \bar{Y}_{.j.}\right)^2$$

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Πίνακας Ανάλυσης της Παραλλακτικότητας Υποδιαιρεμένων Τεμαχίων σε σχέδιο ΤΠΟ

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F	ΘΜΣΤ
Ομάδες (R)	r – 1	$ab\sum_{i=1}^{r}\left(\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{...}\right)^2$	$MT_R=\dfrac{AT_o}{(r-1)}$		$\sigma_\varepsilon^2+ab\sigma_R^2$
Α (Κύρια τεμάχια)	a – 1	$br\sum_{j=1}^{a}\left(\overline{Y}_{.j.}-\overline{Y}_{...}\right)^2$	$MT_A=\dfrac{AT_A}{(a-1)}$	$\dfrac{MT_A}{MT_{RA}}$	$\sigma_\varepsilon^2+b\sigma_{\varepsilon(\alpha)}^2+rb\sum a_j^2/(a-1)$
RXA ή υπόλοιπο (a)	(r – 1)(a – 1)	$b\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{a}\left(\overline{Y}_{ij.}-\overline{Y}_{i..}-\overline{Y}_{.j.}+\overline{Y}_{...}\right)^2$	$MT_{RA}=\dfrac{AT_{RA}}{(r-1)(a-1)}$		$\sigma_\varepsilon^2+b\sigma_{\varepsilon(\alpha)}^2$
Β (Υποτεμάχια)	b – 1	$ar\sum_{k=1}^{b}\left(\overline{Y}_{..k}-\overline{Y}_{...}\right)^2$	$MT_B=\dfrac{AT_B}{(b-1)}$	$\dfrac{MT_B}{MT\upsilon}$	$\sigma_\varepsilon^2+ra\sum b_k^2/(ab-1)$
ΑΧΒ	(a – 1)(b – 1)	$r\sum_{j=1}^{a}\sum_{k=1}^{b}\left(\overline{Y}_{.jk}-\overline{Y}_{.j.}-\overline{Y}_{..k}+\overline{Y}_{...}\right)^2$	$MT_{AB}=\dfrac{AT_{AB}}{(a-1)(r-1)}$	$\dfrac{MT_{AB}}{MT\upsilon}$	$\sigma_\varepsilon^2+r\sum ab_{jk}^2/(a-1)(b-1)$
Υπόλοιπο	(r–1)a(b–1)	$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{a}\sum_{n=1}^{b}\left(Y_{ijk}-\overline{Y}_{ij.}-\overline{Y}_{.jk}+\overline{Y}_{.j.}\right)^2$	$MT\upsilon=\dfrac{AT\upsilon}{(r-1)a(b-1)}$		σ_ε^2
Σύνολο	abr – 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{n=1}^{n}\left(Y_{ijk}-\overline{Y}_{...}\right)^2$			

Παράδειγμα: Τυχαιοποίηση πειράματος δύο παραγόντων (4Χ3), με τέσσερις επαναλήψεις, σε Σχέδιο Τυχαιοποιημένων Πλήρων Ομάδων.

```
> trt1=c("A1","A2","A3","A4")
> trt2=c("B1","B2","B3")
> design=design.split(trt1,trt2,r=3,design = ("rcbd"), randomization = T)
> design
```

	plots	splots	block	trt1	trt2
1	101	1	1	A3	B3
2	101	2	1	A3	B2
3	101	3	1	A3	B1
4	102	1	1	A2	B3
5	102	2	1	A2	B2
6	102	3	1	A2	B1
7	103	1	1	A1	B1
8	103	2	1	A1	B2
9	103	3	1	A1	B3
10	104	1	1	A4	B3
11	104	2	1	A4	B1
12	104	3	1	A4	B2

	plots	splots	block	trt1	trt2
13	105	1	2	A3	B3
14	105	2	2	A3	B2
15	105	3	2	A3	B1
16	106	1	2	A2	B1
17	106	2	2	A2	B2
18	106	3	2	A2	B3
19	107	1	2	A4	B2
20	107	2	2	A4	B3
21	107	3	2	A4	B1
22	108	1	2	A1	B1
23	108	2	2	A1	B3
24	108	3	2	A1	B2

	plots	splots	block	trt1	trt2
25	109	1	3	A2	B3
26	109	2	3	A2	B2
27	109	3	3	A2	B1
28	110	1	3	A4	B2
29	110	2	3	A4	B1
30	110	3	3	A4	B3
31	111	1	3	A1	B1
32	111	2	3	A1	B2
33	111	3	3	A1	B3
34	112	1	3	A3	B2
35	112	2	3	A3	B3
36	112	3	3	A3	B1

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Παράδειγμα: Πείραμα δύο παραγόντων (4Χ3), με τρεις επαναλήψεις, σε σχέδιο Τ.Π.Ο.

A (κύρια τεμάχια)	B (υποτεμάχια)	Ομάδες		
		1	2	3
A_1	B_1	2	5	7
	B_2	10	15	17
	B_3	5	8	9
	Σύνολα	17	28	33
A_2	B_1	3	4	5
	B_2	11	16	19
	B_3	4	10	12
	Σύνολα	18	30	36
A_3	B_1	10	15	17
	B_2	22	24	31
	B_3	10	16	20
	Σύνολα	42	55	68
A_4	B_1	4	8	9
	B_2	8	12	15
	B_3	6	10	11
	Σύνολα	18	30	35
	Σύνολα Ομάδων	95	143	172

	A_1	A_2	A_3	A_4	Σύνολα
B_1	14	12	42	21	89
B_2	42	46	77	35	200
B_3	22	26	46	27	121
Σύνολα	78	84	165	83	410

$$\Delta O = \frac{Y_{...}^{2}}{ras} = \frac{410^2}{4*3*3} = 4669{,}44$$

Ανάλυση με βάση τα κύρια τεμάχια

$$AT_R = \sum_r \frac{Y_{i..}^2}{ab} - \Delta O = \frac{(95)^2 + ... + (172)^2}{4*3} - \Delta O = 252{,}06$$

$$AT_A = \sum_j \frac{Y_{.j.}^2}{rb} - \Delta O = \frac{(78)^2 + ... + (83)^2}{3*3} - \Delta O = 581$$

$$OATA = \sum_{ij} \frac{Y_{ij.}^2}{b} - \Delta O = \frac{(17)^2 + ... + (35)^2}{3} = 845{,}22$$

$$AT_{RA} = OATA - AT_A - AT_R = 12{,}17$$

Ανάλυση με βάση τα υποτεμάχια

$$\mathrm{AT}_{B} = \sum_{k} \frac{Y_{..k}^{2}}{ra} - \Delta\mathrm{O} = \frac{(89)^{2} + (200)^{2} + (121)^{2}}{3*4} - \Delta\mathrm{O} = 554{,}06$$

$$\mathrm{AT}_{AB} = \sum_{ij} \frac{Y_{ij.}^{2}}{r} - AT_{A} - AT_{B} - \Delta\mathrm{O} = \frac{(14)^{2} + \ldots + (27)^{2}}{3} - AT_{A} - AT - \Delta\mathrm{O} = 66{,}83$$

$$\mathrm{AT}_{\sigma\upsilon\nu.} = \sum Y_{ijk}^{2} - \Delta\mathrm{O} = 2^{2} + \ldots. + 11^{2} - \Delta\mathrm{O} = 1482{,}56$$

$$\mathrm{AT}_{\upsilon\pi} = \mathrm{AT}_{\sigma\upsilon\nu.} - \mathrm{AT}_{A} - \mathrm{AT}_{B} - \mathrm{AT}_{AB} - \mathrm{AT}_{R} - \mathrm{AT}_{RA} = 26{,}44$$

Πίνακας Ανάλυσης της Παραλλακτικότητας για το ΤΠΟ

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F
Ομάδα (R)	r – 1 = 2	252,06	126,028	62,15
Α (Κύρια τεμάχια)	a – 1 = 3	581,00	193,667	95,50
RXA ή υπόλοιπο (α)	(r – 1)(a – 1) = 6	12,17	2,028	
Β (Υποτεμάχια)	s – 1 = 2	544,06	272,028	164,58
AXB	(a – 1)(r – 1) = 6	66,83	11,139	6,73
Υπόλοιπο (β)	(r–1)a(s–1) = 16	26,44	1,653	
Σύνολο	abr – 1 = 35	1482,56		

```
> attach(Split_plot)
> A=factor(A); B=factor(B); Block=factor(Block)
> library(agricolae)
> sp.plot(Block, A, B, Y)
```

ANALYSIS SPLIT PLOT: Y

Class level information

A : a1 a2 a3 a4

B : b1 b2 b3

Block : 1 2 3

Number of observations: 36

Analysis of Variance Table

Response: Y

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Block	2	252.06	126.028	62.1507	9.764e-05 ***
A	3	581.00	193.667	95.5068	1.873e-05 ***
Ea	6	12.17	2.028		
B	2	544.06	272.028	164.5882	2.131e-11 ***
A:B	6	66.83	11.139	6.7395	0.001052 **
Eb	16	26.44	1.653		

Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> fit=aov(Y ~ Block + A*B + Error(Block/A))
> summary(fit)

Error: Block
       Df  Sum Sq  Mean Sq
Block  2    252.1     126

Error: Block:A
           Df   Sum Sq  Mean Sq  F value   Pr(>F)
A           3    581.0   193.67    95.51   1.87e-05 ***
Residuals   6     12.2     2.03
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Error: Within
           Df  Sum Sq Mean Sq   F value    Pr(>F)
B           2   544.1   272.03  164.588   2.13e-11 ***
A:B         6    66.8    11.14    6.739   0.00105 **
Residuals 16     26.4     1.65
---
 Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Συγκρίσεις επεμβάσεων για το σχέδιο των υποδιαιρεμένων τεμαχίων

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Α.

$$\sqrt{\frac{2*E(a)}{rb}}$$

E(a)=MT_{RXA} ή MT υπολοίπου(α)

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Β.

$$\sqrt{\frac{2*E(b)}{ra}}$$

E(b)= MT υπολοίπου(β)

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Β στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα Α (π.χ. a_1b_1 vs a_1b_3).

$$\sqrt{\frac{2*E(b)}{r}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Α στο ίδιο ή σε διαφορετικά επίπεδα του παράγοντα Β (π.χ. a_1b_1 vs a_2b_1 ή a_1b_2 vs a_2b_2).

$$\sqrt{\frac{2*(E_{(\alpha)}+(b-1)*E_{(b)})}{rb}}$$

Υπολογισμός ΒΕ με την προσέγγιση Satterthwaite

$$BE'=\frac{[(b-1)*E_{(b)}+E_{(\alpha)}]^2}{\frac{[(b-1)*E_{(b)}]^2}{BE_{(b)}}+\frac{[E_{(\alpha)}]^2}{BE_{(a)}}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Α ανεξάρτητα από τον παράγοντα Β.

```
> LSD.test (Y, A, 6, 2.028, console=TRUE) # ΒΕυπ(α) = 6 και ΜΤυπ(α) =2,028

Study: Y ~ A

LSD t Test for Y

Mean Square Error:  2.028

A,  means and individual ( 95 %) CI

            Y       std  r       LCL       UCL Min Max
a1   8.666667  4.821825  9  7.505135  9.828198   2  17
a2   9.333333  5.744563  9  8.171802 10.494865   3  19
a3  18.333333  6.763875  9 17.171802 19.494865  10  31
a4   9.222222  3.270236  9  8.060691 10.383754   4  15

Alpha: 0.05 ; DF Error: 6
Critical Value of t: 2.446912

least Significant Difference: 1.642654

Treatments with the same letter are not significantly different.

           Y groups
a3 18.333333      a
a2  9.333333      b
a4  9.222222      b
a1  8.666667      b
```

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα B ανεξάρτητα από τον παράγοντα A.

```
> LSD.test (Y, B, 16, 1.653, console=TRUE) # BΕυπ(b) = 16 και MΤυπ(b) = 1,653
Study: Y ~ B
LSD t Test for Y
Mean Square Error:  1.653
B,  means and individual ( 95 %) CI
            Y       std  r       LCL       UCL Min Max
b1   7.416667  4.699291 12  6.629870  8.203463   2  17
b2  16.666667  6.555128 12 15.879870 17.453463   8  31
b3  10.083333  4.501683 12  9.296537 10.870130   4  20
Alpha: 0.05 ; DF Error: 16
Critical Value of t: 2.119905
least Significant Difference: 1.112698
Treatments with the same letter are not significantly different.
           Y groups
b2 16.666667      a
b3 10.083333      b
b1  7.416667      c
```

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Β στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα Α (π.χ. a_1b_1 vs a_1b_3).

```
> LSD.test(Y[A=="a1"],B[A=="a1"], 16, 1.653, console = T)  # ΒΕυπ(β)=16 και ΜΤυπ(β)=1,653
Study: Y[A == "a1"] ~ B[A == "a1"]
LSD t Test for Y[A == "a1"]
Mean Square Error:  1.653
B[A == "a1"],  means and individual ( 95 %) CI
     Y.A.....a1..      std  r       LCL       UCL  Min  Max
b1     4.666667   2.516611  3   3.093074   6.240259    2    7
b2    14.000000   3.605551  3  12.426408  15.573592   10   17
b3     7.333333   2.081666  3   5.759741   8.906926    5    9
Alpha: 0.05 ; DF Error: 16
Critical Value of t: 2.119905
least Significant Difference: 2.225396
Treatments with the same letter are not significantly different.
Y[A == "a1"] groups
b2   14.000000    a
b3    7.333333    b
b1    4.666667    c
```

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Α στο ίδιο ή σε διαφορετικά επίπεδα του παράγοντα Β (π.χ. a_1b_1 vs a_2b_1 ή a_1b_2 vs a_2b_2).

```
# Eab = (Ea +(b-1)*Eb)/(b*r)
> Eab=(2.028 +(3-1)*1.653)/(3*3)
> Eab
[1] 0.5926667

# BE'(αβ)=(Ea +(b-1)*Eb)^2/(Ea^2/dfa +((b-1)*Eb)^2/dfb)
> dfab=(2.028 +(3-1)*1.653)^2/(2.028^2/6 +((3-1)*1.653)^2/16)
> dfab
[1] 20.78932
```

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> LSD.test(Y[B=="b1"],A[B=="b1"], dfab, Eab, console = T) # dfab = 20,78 και Eab =0,593
```

Study: Y[B == "b1"] ~ A[B == "b1"]

LSD t Test for Y[B == "b1"]

Mean Square Error: 0.5926667

A[B == "b1"], means and individual (95 %) CI

	Y.B.....b1..	std	r	LCL	UCL	Min	Max
a1	4.666667	2.516611	3	3.741765	5.591568	2	7
a2	4.000000	1.000000	3	3.075099	4.924901	3	5
a3	14.000000	3.605551	3	13.075099	14.924901	10	17
a4	7.000000	2.645751	3	6.075099	7.924901	4	9

Alpha: 0.05 ; DF Error: 20.78932
Critical Value of t: 2.080898

least Significant Difference: 1.308008

Treatments with the same letter are not significantly different.

	Y[B == "b1"]	groups
a3	14.000000	a
a4	7.000000	b
a1	4.666667	c
a2	4.000000	c

ΥΠΟ – ΔΙΑΙΡΕΜΕΝΕΣ ΟΜΑΔΕΣ

(Strip-plot or Split-block designs)

Στο σχέδιο αυτό οι επεμβάσεις του παράγοντα Α τοποθετούνται στις κύριες πειραματικές μονάδες όπως στο σχέδιο των υποδιαιρεμένων τεμαχίων, αλλά οι επεμβάσεις του παράγοντα Β τοποθετούνται σε σειρές - λωρίδες (strip) κάθετα στις κύριες μονάδες του παράγοντα Α.

Το γραμμικό πρότυπο πειράματος υποδιαιρεμένων ομάδων είναι το εξής:

$$Y_{ijk} = \mu + r_i + \alpha_j + (r\alpha)_{ij} + \beta_k + (r\beta)_{ik} + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk}$$

$(\rho\beta)_{ij}$: η αλληλεπίδραση του i επιπέδου της ομάδας με το k επίπεδο του κυρίου τεμαχίου

Παράδειγμα: Πείραμα δύο παραγόντων (4Χ3), με τρεις επαναλήψεις.

Ομάδα Ι

	a_4	a_3	a_1	a_2
b_1	a_4b_1	a_3b_1	a_1b_1	a_2b_1
b_3	a_4b_3	a_3b_3	a_1b_3	a_2b_3
b_2	a_4b_2	a_3b_2	a_1b_2	a_2b_2

Ομάδα ΙΙ

	a_2	a_4	a_3	a_1
b_1	a_2b_1	a_4b_1	a_3b_1	a_1b_1
b_3	a_2b_3	a_4b_3	a_3b_3	a_1b_3
b_2	a_2b_2	a_4b_2	a_3b_2	a_1b_2

Ομάδα ΙΙΙ

	a_4	a_3	a_2	a_1
b_3	a_4b_3	a_3b_3	a_2b_3	a_1b_3
b_1	a_4b_1	a_3b_1	a_2b_1	a_1b_1
b_2	a_4b_2	a_3b_2	a_2b_2	a_1b_2

Πίνακας Ανάλυσης της Παραλλακτικότητας Υποδιαιρεμένων Ομάδων

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F	ΘΜΣΤ*
Ομάδες (R)	r – 1	AT_R	ΜΤομ		$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_{\varepsilon(\alpha)}^2 + ab\sigma_R^2$
A	a – 1	AT_A	MT_A	MT_A/ΜΤυπ(α)	$\sigma_\varepsilon^2 + b\sigma_{\varepsilon(\alpha)}^2 + \frac{rb}{(a-1)}\sum a_j^2$
RXA ή υπόλοιπο (α)	(r – 1)(a – 1)	AT_{RA}	ΜΤυπ(α)		$\sigma_\varepsilon^2 + b\sigma_{\varepsilon(\alpha)}^2$
B	b – 1	AT_B	MT_B	MT_B/ΜΤυπ(β)	$\sigma_\varepsilon^2 + a\sigma_{\varepsilon(\beta)}^2 + \frac{ra}{(b-1)}\sum \beta_k^2$
RXB ή υπόλοιπο (β)	(r – 1)(b – 1)	AT_{RB}	ΜΤυπ(β)		$\sigma_\varepsilon^2 + a\sigma_{\varepsilon(\beta)}^2$
AXB	(a–1)(b–1)	AT_{AB}	MT_{AB}	MT_{AB}/ΜΤΤυπ(γ)	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{r}{(a-1)(b-1)}\sum\sum \alpha\beta_{jk}^2$
Υπόλοιπο (γ)	(r–1)(a–1)(b–1)	AT_Y	ΜΤυπ		σ_ε^2
Σύνολο	rab – 1	AT_Σ			

*Α και Β προκαθορισμένα και Ομάδες τυχαίες Πρότυπο ΙΙΙ (Μεικτών επιδράσεων)

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Παράδειγμα: Τυχαιοποίηση πειράματος δύο παραγόντων (4X3), με τρεις επαναλήψεις.

```
> trt1=c("A1","A2","A3","A4")
> trt2=c("B1","B2","B3")
> r=3
> design.strip(trt1,trt2,r=3)
```

	plots	block	trt1	trt2
1	1	1	A4	B1
2	2	1	A4	B3
3	3	1	A4	B2
4	4	1	A3	B1
5	5	1	A3	B3
6	6	1	A3	B2
7	7	1	A1	B1
8	8	1	A1	B3
9	9	1	A1	B2
10	10	1	A2	B1
11	11	1	A2	B3
12	12	1	A2	B2

	plots	block	trt1	trt2
13	13	2	A2	B1
14	14	2	A2	B3
15	15	2	A2	B2
16	16	2	A4	B1
17	17	2	A4	B3
18	18	2	A4	B2
19	19	2	A3	B1
20	20	2	A3	B3
21	21	2	A3	B2
22	22	2	A1	B1
23	23	2	A1	B3
24	24	2	A1	B2

	plots	block	trt1	trt2
25	25	3	A4	B3
26	26	3	A4	B1
27	27	3	A4	B2
28	28	3	A3	B3
29	29	3	A3	B1
30	30	3	A3	B2
31	31	3	A2	B3
32	32	3	A2	B1
33	33	3	A2	B2
34	34	3	A1	B3
35	35	3	A1	B1
36	36	3	A1	B2

```
> attach(Strip_plot)
> A=factor(A); B=factor(B); Block=factor(Block)
> library(agricolae)
> strip.plot(Block, A, B, Y)
```

ANALYSIS STRIP PLOT: Y

Class level information

A : A4 A3 A1 A2

B : B1 B3 B2

Block : 1 2 3

Number of observations: 36

model Y: Y ~ Block + A + Ea + B + Eb + B:A + Ec

Analysis of Variance Table

Response: Y

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Block	2	52.67	26.33	2.1936	0.15419	
A	3	1202.89	400.96	7.9195	0.01651	*
Ea	6	303.78	50.63	4.2175	0.01632	*
B	2	190.50	95.25	4.2889	0.10114	
Eb	4	88.83	22.21	1.8500	0.18421	
B:A	6	47.28	7.88	0.6564	0.68576	
Ec	12	144.06	12.00			

Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

cv(a) = 50.8 %, cv(b) = 33.7 %, cv(c) = 24.7 %, Mean = 14

Συγκρίσεις επεμβάσεων για το σχέδιο των υποδιαιρεμένων ομάδων

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Α.

$$\sqrt{\frac{2 * E_{(a)}}{rb}}$$

$E(a)=MT_{RXA}$ ή ΜΤ υπολοίπου(α)

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Β.

$$\sqrt{\frac{2 * E_{(b)}}{ra}}$$

$E(b)=MT_{RXB}$ ή ΜΤ υπολοίπου(β)

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Α στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα Β.

$$\sqrt{\frac{2[E_{(\alpha)} + (b-1) * E_{(c)}]}{rb}}$$

E(c)= MT υπολοίπου(γ)

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Β στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα Α.

$$\sqrt{\frac{2[E_{(b)} + (a-1) * E_{(c)}]}{ra}}$$

Σύγκριση δύο επεμβάσεων σε διαφορετικά επίπεδα του παράγοντα Α και παράγοντα Β.

$$\sqrt{\frac{2[aE_{(a)} + bE_{(b)} + (ab-a-b) * E_{(c)}]}{rab}}$$

```
> LSD.test(Y, A, 6, 50.63, console = T)
Study: Y ~ A
LSD t Test for Y
Mean Square Error:  50.63
A,  means and individual ( 95 %) CI
            Y      std r        LCL      UCL Min Max
A1   6.666667 4.716991 9  0.8630191 12.47031   1  17
A2  22.555556 7.090682 9 16.7519080 28.35920  14  35
A3  11.666667 3.807887 9  5.8630191 17.47031   7  19
A4  15.111111 4.044887 9  9.3074635 20.91476   9  22
Alpha: 0.05 ; DF Error: 6
Critical Value of t: 2.446912
least Significant Difference: 8.207597
Treatments with the same letter are not significantly different.
           Y groups
A2 22.555556      a
A4 15.111111     ab
A3 11.666667     bc
A1  6.666667      c
```

ΥΠΟ – ΥΠΟΔΙΑΙΡΕΜΕΝΑ ΤΕΜΑΧΙΑ
(Split-split-plot)

Το σχέδιο αυτό είναι μία επέκταση του σχεδίου των υποδιαιρεμένων τεμαχίων με τρεις παράγοντες. Τα υποτεμάχια διαιρούνται άλλη μία φορά και δημιουργούνται τα ύπο-υποτεμάχια, στα οποία τοποθετούνται τα επίπεδα του τρίτου παράγοντα.

Το γραμμικό πρότυπο πειράματος ύπο-υποδιαιρεμένων τεμαχίων είναι το εξής:

$$Y_{ijk} = \mu + r_i + \alpha_j + (r\alpha)_{ij} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk} + \gamma_l + (\alpha\gamma)_{jl} + (\beta\gamma)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{jkl} + \zeta_{ijkl}$$

γ_κ : η επίδραση της *k* ύπο-υποεπέμβασης
$(\alpha\gamma)_{jl}$: η αλληλεπίδραση της *j* κύριας επέμβασης και *l* ύπο-υποεπέμβασης
$(\beta\gamma)_{kl}$: η αλληλεπίδραση της *k* ύπο- και *l* ύπο-υποεπέμβασης
$(\alpha\beta\gamma)_{jkl}$: η αλληλεπίδραση της *j* κύριας, της *k* ύπο- και *l* ύπο-υποεπέμβασης
ζ_{ijkl} : το πειραματικό σφάλμα που έχει σχέση με το *ijkl* ύπο-υποτεμάχιο

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Ύπο-υποτεμάχιο

Υποτεμάχιο

Κύριο τεμάχιο

Επανάληψη 1^{η}

A1 B1 Γ1	A1B2 Γ3	A1 B3 Γ2
A1 B1 Γ3	A1 B2 Γ2	A1 B3 Γ1
A1 B1 Γ2	A1 B2 Γ1	A1 B3 Γ3

A3 B2 Γ2	A3 B1 Γ1	A3 B3 Γ3
A3 B2 Γ1	A3 B1 Γ3	A3 B3 Γ2
A3 B2 Γ3	A3 B1 Γ2	A3 B3 Γ1

A2 B3 Γ1	A2 B2 Γ2	A2 B1 Γ1
A2 B3 Γ2	A2 B2 Γ1	A2 B1 Γ2
A2 B3 Γ3	A2 B2 Γ3	A2 B1 Γ3

Επανάληψη 2^{η}

A3 B2 Γ3	A3 B3 Γ1	A3 B1 Γ3
A3 B2 Γ1	A3 B3 Γ2	A3 B1 Γ2
A3 B2 Γ2	A3 B3 Γ3	A3 B1 Γ1

A1 B3 Γ1	A1 B1 Γ2	A1 B2 Γ1
A1 B3 Γ2	A1 B1 Γ2	A1 B2 Γ2
A1 B3 Γ3	A1 B1 Γ1	A1 B2 Γ3

A2 B2 Γ2	A2 B3 Γ2	A2 B1 Γ3
A2 B2 Γ1	A2 B3 Γ1	A2 B1 Γ2
A2 B2 Γ3	A2 B3 Γ3	A2 B1 Γ1

Επανάληψη 3^{η}

A2 B1 Γ1	A2 B2 Γ3	A2 B3 Γ1
A2 B1 Γ2	A2 B2 Γ2	A2 B3 Γ3
A2 B1 Γ3	A2 B2 Γ1	A2 B3 Γ2

A3 B2 Γ1	A3 B3 Γ3	A3 B1 Γ2
A3 B2 Γ2	A3 B3 Γ1	A3 B1 Γ1
A3 B2 Γ3	A3 B3 Γ2	A3 B1 Γ3

A1 B2 Γ2	A1 B3 Γ3	A1 B1 Γ1
A1 B2 Γ1	A1 B3 Γ2	A1 B1 Γ2
A1 B2 Γ3	A1 B3 Γ1	A1 B1 Γ3

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Πίνακας Ανάλυσης της Παραλλακτικότητας για το ΤΠΟ

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΜΤ	ΘΣΜΤ
Ομάδες (R)	r – 1	ΜΤομ	
Κύρια τεμάχια (A)	a – 1	MT_A	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_{\varepsilon(\beta)}^2 + bc\sigma_{\varepsilon(\alpha)}^2 + \frac{rbc}{(a-1)}\sum a_j^2$
(R)X(A) ή υπόλοιπο (a)	(r – 1)(a – 1)	ΜΤυπ(α)	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_{\varepsilon(\beta)}^2 + bc\sigma_{\varepsilon(\alpha)}^2$
Υποτεμάχια (B)	b – 1	MT_B	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_{\varepsilon(\beta)}^2 + \frac{rac}{(b-1)}\sum \beta_k^2$
(A)X(B)	(a – 1)(b – 1)	MT_{AB}	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_{\varepsilon(\beta)}^2 + \frac{rc}{(a-1)(b-1)}\sum (a\beta)_{jk}^2$
Υπόλοιπο (β)	(r–1)a(b–1)	ΜΤυπ(β)	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_{\varepsilon(\beta)}^2$
Υπο-υποτεμάχια (Γ)	c – 1	MT_Γ	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{rab}{(c-1)}\sum \gamma_l^2$
(A)X(Γ)	(a – 1)(c – 1)	$MT_{A\Gamma}$	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{rb}{(a-1)(c-1)}\sum (a\gamma)_{jl}^2$
(B)X(Γ)	(b– 1)(c – 1)	$MT_{B\Gamma}$	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{ra}{(b-1)(c-1)}\sum (\beta\gamma)_{kl}^2$
(A)X(B)X(Γ)	(a – 1)(b– 1)(c – 1)	$MT_{AB\Gamma}$	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{r}{(a-1)(b-1)(c-1)}\sum (\alpha\beta\gamma)_{jkl}^2$
Υπόλοιπο	(r – 1)ab(c – 1)	ΜΤυπ(γ)	σ_ε^2
Σύνολο	abcr – 1		

Συγκρίσεις επεμβάσεων για το σχέδιο των ύπο-υποδιαιρεμένων τεμαχίων

Τα τυπικά σφάλματα που αφορούν τις επιδράσεις των A και B είναι τα ίδια με το σχέδιο των υποδιαιρεμένων τεμαχίων.

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Γ.

$$\sqrt{\frac{2 * E(c)}{rab}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Γ στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα A.

$$\sqrt{\frac{2 * E(c)}{rb}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Γ στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα B.

$$\sqrt{\frac{2 * E(c)}{ra}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Γ στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα A και του B.

$$\sqrt{\frac{2 * E(c)}{r}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Β στο ίδιο ή διαφορετικό επίπεδο του παράγοντα Γ.

$$\sqrt{\frac{2[(c-1)E_{(c)}+\mathrm{E}_{(\mathrm{b})}]}{rac}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Β στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα Α και του Γ.

$$\sqrt{\frac{2[(c-1)E_{(c)}+\mathrm{E}_{(\mathrm{b})}]}{rc}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Α στο ίδιο ή διαφορετικό επίπεδο του παράγοντα Γ.

$$\sqrt{\frac{2[(c-1)E_{(c)}+\mathrm{E}_{(\mathrm{a})}]}{rbc}}$$

Σύγκριση επιπέδων του παράγοντα Α στο ίδιο ή διαφορετικό επίπεδο του παράγοντα Β και του Γ.

$$\sqrt{\frac{2[b(c-1)E_{(c)}+(b-1)\mathrm{E}_{(\mathrm{b})}+\mathrm{E}_{(\mathrm{a})}]}{rbc}}$$

```
> library(agricolae)
> f=system.file("external/ssp.csv", package="agricolae")
> ssp=read.csv(f)
> attach(ssp)
> ssp.plot(block,nitrogen,management,variety,yield)
```

```
ANALYSIS SPLIT-SPLIT PLOT:  yield
…
                              Df   Sum Sq  Mean Sq   F value    Pr(>F)
block                          2    0.732    0.366    0.6578  0.543910
nitrogen                       4   61.641   15.410   27.6953  9.734e-05 ***
Ea                             8    4.451    0.556
management                     2   42.936   21.468   81.9965  2.303e-10 ***
nitrogen:management            8    1.103    0.138    0.5266  0.822648
Eb                            20    5.236    0.262
variety                        2  206.013  103.007  207.8667  < 2.2e-16 ***
variety:nitrogen               8   14.145    1.768    3.5679  0.001916 **
variety:management             4    3.852    0.963    1.9432  0.114899
variety:nitrogen:management   16    3.699    0.231    0.4666  0.953759
Ec                            60   29.732    0.496
---
 Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

cv(a) = 11.4 %, cv(b) = 7.8 %, cv(c) = 10.7 %, Mean = 6.554415
```

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> fit=aov(yield~block+nitrogen*management*variety+Error(block/nitrogen/management))
> summary(fit)

Error: block
      Df  Sum Sq Mean Sq
block  1 0.07891 0.07891

Error: block:nitrogen
         Df Sum Sq Mean Sq
nitrogen  1  52.13   52.13

Error: block:nitrogen:management
           Df Sum Sq Mean Sq
management  2  30.57   15.28

Error: Within
                            Df  Sum Sq  Mean Sq  F value   Pr(>F)
nitrogen                     1    4.44     4.44    9.124  0.00309 **
  management                 2   12.93     6.46   13.292  6.16e-06 ***
  variety                    1  204.32   204.32  420.120  < 2e-16 ***
  nitrogen:management        2    0.71     0.36    0.731  0.48341
nitrogen:variety             1    9.22     9.22   18.957  2.85e-05 ***
  management:variety         2    0.43     0.21    0.440  0.64531
nitrogen:management:variety  2    0.84     0.42    0.867  0.42278
Residuals                  119   57.87     0.49
---
  Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```