ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
AGRICULTURAL UNIVERSITY OF ATHENS

Σχέδιο Τυχαιοποιημένων Πλήρων Ομάδων

Κατσιλέρος Αναστάσιος

2017

Σχέδιο Τυχαιοποιημένων Πλήρων Ομάδων
(Randomized Complete Block Design)

Η ομαδοποίηση γίνεται για τον έλεγχο της ‘ανεπιθύμητης’ παραλλακτικότητας ενός παράγοντα όχλησης.

Πλεονεκτήματα

✓Η τοποθέτηση των επεμβάσεων κατά ομάδες μεγιστοποιεί την παραλλακτικότητα μεταξύ των ομάδων και ελαχιστοποιεί την παραλλακτικότητας μέσα στις ομάδες.

✓ Αυξάνεται ο κύκλος εφαρμογών των αποτελεσμάτων όταν οι ομάδες τοποθετηθούν σε διαφορετικό περιβάλλον.

✓ Η στατιστική ανάλυση είναι σχετικά απλή και ολόκληρες επεμβάσεις ή ομάδες αν έχουν χαθούν μπορούν να εξαιρεθούν από την ανάλυση.

Μειονεκτήματα

✓ Οι βαθμοί ελευθερίας του σφάλματος είναι λιγότεροι σε σχέση με το ΕΤΣ.

✓ Ο αριθμός των επεμβάσεων δεν μπορεί να υπερβεί τις 15 διότι αυξάνεται η ανομοιογένεια μέσα στην ομάδα και επομένως το πειραματικό σφάλμα.

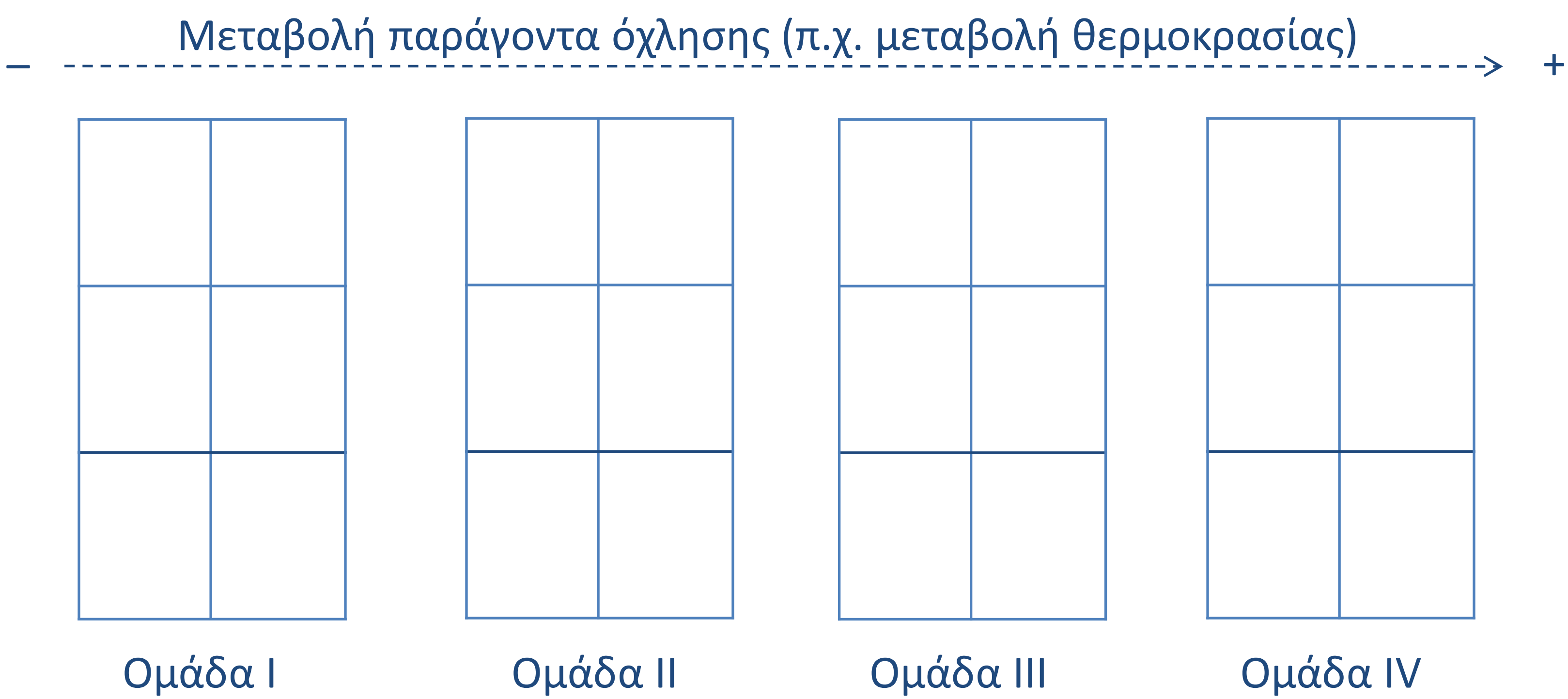
Πειραματικοι Σχεδιασμοι

Η τυχαιοποίηση γίνεται ξεχωριστά για κάθε ομάδα έτσι ώστε κάθε επέμβαση να εμφανίζεται μία φορά μέσα σε κάθε ομάδα.

Παράδειγμα:

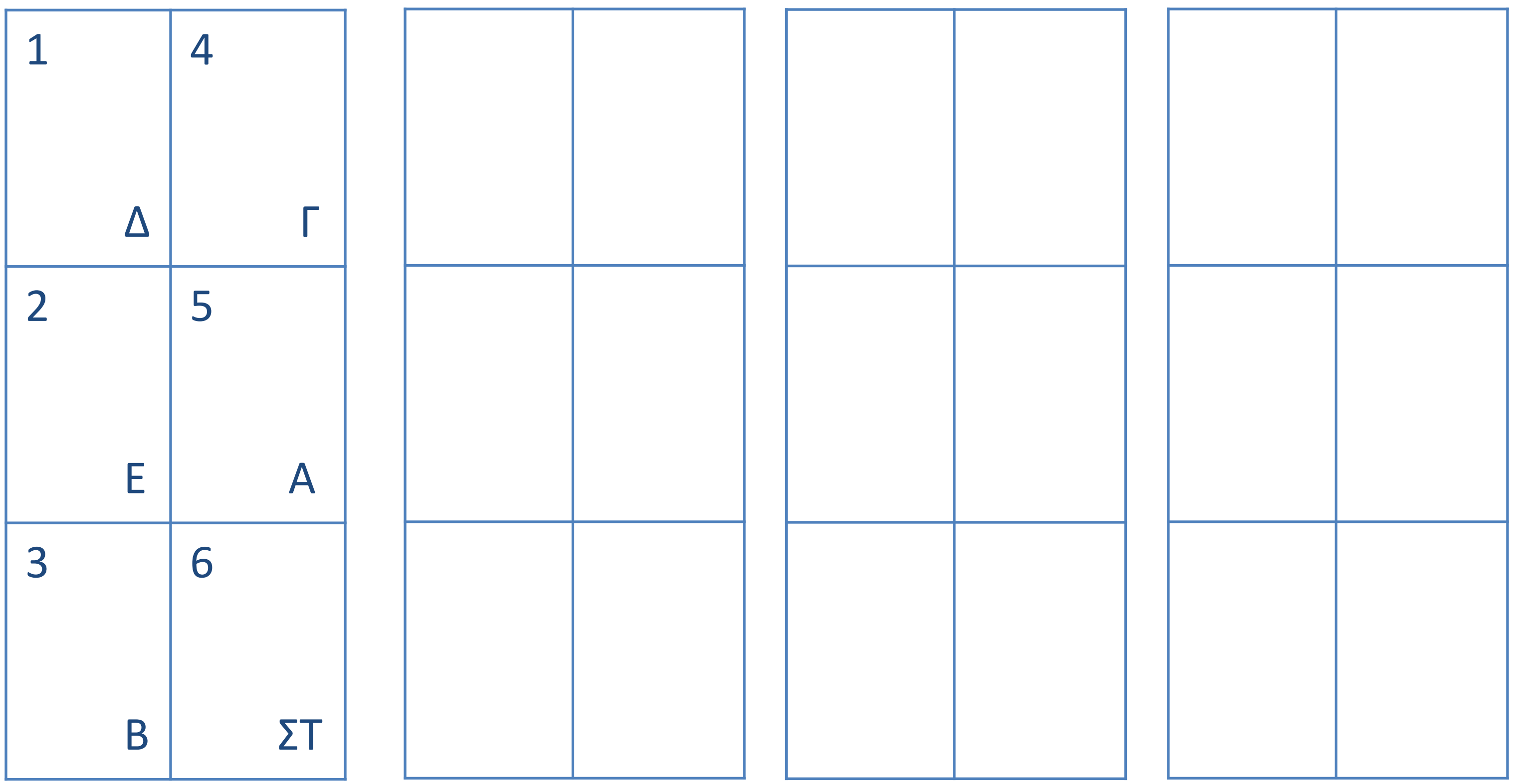
Πείραμα έξι επεμβάσεων (Α, Β, Γ, Δ, Ε, ΣΤ) με τέσσερις ομάδες

1. Δημιουργούμε τέσσερις ομάδες κάθετα στην μεταβολή του παράγοντα όχλησης.
2. Χωρίζουμε κάθε μία από τις ομάδες σε έξι πειραματικές μονάδες.



Πειραματικοί Σχεδιασμοί

3. Ξεκινώντας από την πρώτη ομάδα αριθμούμε τις μονάδες από το 1 μέχρι το 6.
4. Σε κάθε μονάδα βάζουμε μία επέμβαση ακολουθώντας τους κανόνες της τυχαιοποίησης.
5. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία και για τις υπόλοιπες τρεις ομάδες.



Ομάδα I Ομάδα II Ομάδα III Ομάδα IV

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Σχέδιο Τυχαιοποιημένων πλήρων ομάδων

1 Δ	4 Γ
2 Ε	5 Α
3 Β	6 ΣΤ

Ομάδα I

7 Γ	10 Ε
8 Β	11 Α
9 Δ	12 ΣΤ

Ομάδα II

13 Γ	16 Δ
14 ΣΤ	17 Ε
15 Β	18 Α

Ομάδα III

19 Β	22 Ε
20 Δ	23 Γ
21 Α	24 ΣΤ

Ομάδα IV

Υποθετική διάταξη ίδιου πειράματος σύμφωνα με το Εντελώς Τυχαιοποιημένο Σχέδιο

1 Δ	4 Δ	7 ΣΤ	10 Α	13 Α	16 Β	19 Β	22 Ε
2 Δ	5 Β	8 Ε	11 Ε	14 Γ	17 Γ	20 ΣΤ	23 ΣΤ
3 Γ	6 ΣΤ	9 Β	12 Α	15 Δ	18 Ε	21 Γ	24 Α

Προϋποθέσεις της ANOVA

1. Η επίδραση της *i*-επέμβασης στην *j*-ομάδα ακολουθεί κανονική κατανομή. Ο αριθμός των κατανομών αυτών ισούται με *ab*

2. Οι διακυμάνσεις των πληθυσμών αυτών είναι ίσες ή ομοιογενείς (ομοσκεδαστικότητα).

3. Δεν υφίσταται αλληλεπίδραση της επέμβασης με την ομάδα. Η ιδιότητα αυτή λέγεται **αθροιστικότητα.**

ή ισοδύναμα για τις δύο πρώτες προϋποθέσεις, τα πειραματικά σφάλματα είναι ανεξάρτητα και ακολουθούν την κανονική κατανομή με μέσο όρο μηδέν και κοινή διακύμανση.

Σχέδιο Τυχαιοποιημένων Πλήρων Ομάδων

Το γραμμικό πρότυπο:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

Y_{ij} = j-στή παρατήρηση της i-στής επέμβασης

μ = ο μέσος όρος του πληθυσμού

τ_i = η επίδραση της i-στής επέμβασης

β_j = η επίδραση της j-στής ομάδας

$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$ το πειραματικό σφάλμα

Κατάτμηση Αθροίσματος Τετραγώνων

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

$\bar{Y}_{..}$	εκτιμά	μ
$\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$	»	τ_ι
$\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$	»	β_j
$Y_{ij} - \bar{Y}_{i} - \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$	»	ε_{ij}

οπότε: $$Y_{ij} = \bar{Y}_{..} + \left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right) + \left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right) + \left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)$$

$$Y_{ij} - \bar{Y}_{..} = \left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right) + \left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right) + \left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)$$

Αν υψώσουμε στο τετράγωνο την πιο πάνω ταυτότητα για κάθε παρατήρηση και αθροίσουμε όλες τις παρατηρήσεις, τότε τα γινόμενα μηδενίζονται και το βασικό άθροισμα τετραγώνων εκφράζεται ως το άθροισμα των τριών όρων:

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2 . = b\sum_{i=1}^{a}\left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right)^2 + a\sum_{j=1}^{b}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)^2$$

Πίνακας Ανάλυσης της Παραλλακτικότητας για το ΤΠΟ

Πηγή παρ/τας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F	ΘΣΜΤ
Επεμβάσεις	a – 1	$AT\varepsilon = b\sum_{i=1}^{a}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2$	$MT\varepsilon = \frac{AT\varepsilon}{(\alpha-1)}$	$\frac{MT\varepsilon}{MT\upsilon}$	$\sigma_e^2 + b\sigma_a^2$
Ομάδα	b – 1	$AT o\mu = \alpha\sum_{j=1}^{b}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2$	$MTb = \frac{ATb}{(b-1)}$	$\frac{MTb}{MT\upsilon}$	$\sigma_e^2 + a\sigma_b^2$
Υπόλοιπο	(a – 1) (b – 1)	$AT\upsilon = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{.j} + \overline{Y}_{..}\right)^2$	$MT\upsilon = \frac{AT\upsilon}{(\alpha-1)(n-1)}$		σ_e^2
Σύνολο	ab – 1	$AT\sigma = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2$			

Παράδειγμα : Τυχαιοποίηση 4 επεμβάσεων σε σχέδιο Τ.Π.Ο. με 5 ομάδες

```
> library(agricolae)
> trt=letters[1:4]
> design.rcbd(trt, 5, randomization=TRUE )

     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,] "d"  "c"  "b"  "a"
[2,] "c"  "a"  "b"  "d"
[3,] "b"  "a"  "d"  "c"
[4,] "d"  "b"  "a"  "c"
[5,] "c"  "a"  "d"  "b"
```

	plots	block	trt
1	101	1	d
2	102	1	c
3	103	1	b
4	104	1	a
5	201	2	d
6	202	2	a
7	203	2	b
8	204	2	c
9	301	3	b
10	302	3	c
11	303	3	a
12	304	3	d
13	401	4	d
14	402	4	a
15	403	4	b
16	404	4	c
17	501	5	b
18	502	5	c
19	503	5	a
20	504	5	d

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

Παράδειγμα : Πείραμα τεσσάρων επεμβάσεων με πέντε ομάδες

Ομάδα I	101 D 9	102 C 11	103 B 6	104 A 5
Ομάδα II	105 C 12	106 A 6	107 B 10	108 D 11
Ομάδα III	109 B 11	110 A 7	111 D 11	112 C 16
Ομάδα IV	113 D 14	114 B 12	115 A 8	116 C 17
Ομάδα V	117 C 19	118 A 9	119 D 15	120 B 16

	Ομάδες	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	Σύνολο	Μ.Ο.
Επεμβάσεις	A	5	6	7	8	9	35	7
	B	6	10	11	12	16	55	11
	C	11	12	16	17	19	75	15
	D	8	12	12	17	16	65	13
	Σύνολο	30	40	46	54	60	230	11,5

Επέμβαση	**Ομάδα**	Y_{ij}	$\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$	$\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$	$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}$
A	1	5	-4,5	-4	2
A	2	6	-4,5	-1,5	0,5
A	3	7	-4,5	0	0
A	4	8	-4,5	2	-1
A	5	9	-4,5	3,5	-1,5
B	1	6	-0,5	-4	-1
B	2	10	-0,5	-1,5	0,5
B	3	11	-0,5	0	0
B	4	12	-0,5	2	-1
B	5	16	-0,5	3,5	1,5
C	1	11	3,5	-4	0
C	2	12	3,5	-1,5	-1,5
C	3	16	3,5	0	1
C	4	17	3,5	2	0
C	5	19	3,5	3,5	0,5
D	1	8	1,5	-4	-1
D	2	12	1,5	-1,5	0,5
D	3	12	1,5	0	-1
D	4	17	1,5	2	2
D	5	16	1,5	3,5	-0,5
Σύνολο		230			

$\bar{Y}_{1.} = 7$

$\bar{Y}_{2.} = 11$

$\bar{Y}_{3.} = 15$

$\bar{Y}_{4.} = 13$

$\bar{Y}_{.1} = 7,5$

$\bar{Y}_{.2} = 10$

$\bar{Y}_{.3} = 11,5$

$\bar{Y}_{.4} = 13,5$

$\bar{Y}_{.5} = 15$

$\bar{Y}_{..} = 11,5$

Δοκιμασία Shapiro Wilk για έλεγχο κανονικότητας

Η δοκιμασία Shapiro-Wilk ελέγχει τη μηδενική υπόθεση ότι ένα δείγμα $x_1,\ldots, x_n$ προήλθε από έναν κανονικά κατανεμημένο πληθυσμό.

Το κριτήριο W της δοκιμής υπολογίζεται ως εξής:

$$W = \frac{b^2}{SSe}$$

Όπου: $b = \sum_{i=1}^{n} a_i (x_{n+1-i} - x_i)$ και $SSe = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$

και α_i *ο* συντελεστής της W δοκιμασίας κανονικότητας.

	e		e		$(x_{n+1-i} - x_i)$	a	b
x_1	-1,5	x_{20}	2	x_{20} - x_1	3,5	0,4734	1,6569
x_2	-1,5	x_{19}	2	x_{19} - x_2	3,5	0,3211	1,12385
x_3	-1	x_{18}	1,5	x_{18} - x_3	2,5	0,2565	0,64125
x_4	-1	x_{17}	1	x_{17} - x_4	2	0,2085	0,417
x_5	-1	x_{16}	0,5	x_{16} - x_5	1,5	0,1686	0,2529
x_6	-1	x_{15}	0,5	x_{15} - x_6	1,5	0,1334	0,2001
x_7	-1	x_{14}	0,5	x_{14} - x_7	1,5	0,1013	0,15195
x_8	-0,5	x_{13}	0,5	x_{13} - x_8	1	0,0711	0,0711
x_9	0	x_{12}	0	x_{12} - x_9	0	0,0422	0
x_{10}	0	x_{11}	0	x_{11} - x_{10}	0	0,014	0
							4,51505

$$W = \frac{b^2}{SSe} = \frac{4{,}515^2}{22} = 0{,}9266$$

Επειδή p-value 0,1341* > 0,05 δεν απορρίπτεται η H_0

* Από τον πίνακα P-value της δοκιμασίας Shapiro-Wilk

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> Tr = factor(rep(c(1:4), each = 5))
> Block = factor(rep(rep(c(1:5))))
> design=data.frame(Tr, Block)
> design
        Tr  Block
[1,]     1     1
[2,]     1     2
[3,]     1     3
[4,]     1     4
[5,]     1     5
[6,]     2     1
[7,]     2     2
[8,]     2     3
[9,]     2     4
[10,]    2     5
[11,]    3     1
[12,]    3     2
[13,]    3     3
[14,]    3     4
[15,]    3     5
[16,]    4     1
[17,]    4     2
[18,]    4     3
[19,]    4     4
[20,]    4     5
```

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> Y=c(5, 6, 7, 8, 9, 6, 10, 11, 12, 16, 11, 12, 16, 17, 19, 8, 12, 12, 17, 16)
> rcbd=cbind(design, Y)
> rcbd
   Tr Block  Y
1   1     1  5
2   1     2  6
3   1     3  7
4   1     4  8
5   1     5  9
6   2     1  6
7   2     2 10
8   2     3 11
9   2     4 12
10  2     5 16
11  3     1 11
12  3     2 12
13  3     3 16
14  3     4 17
15  3     5 19
16  4     1  8
17  4     2 12
18  4     3 12
19  4     4 17
20  4     5 16
```

```
> fit=aov(Y~Tr+Block, rcbd)
> rcbd.residuals=residuals(fit)
> rcbd.residuals

1            2            3            4            5            6            7            8
2.000000e+00  5.000000e-01  2.621330e-16 -1.000000e+00 -1.500000e+00 -1.000000e+00
5.000000e-01  8.727556e-16
9            10           11           12           13           14           15           16
-1.000000e+00  1.500000e+00 -1.181157e-15 -1.500000e+00  1.000000e+00  7.062222e-16
5.000000e-01 -1.000000e+00
17           18           19           20
5.000000e-01 -1.000000e+00  2.000000e+00 -5.000000e-01

> shapiro.test(rcbd.residuals)

Shapiro-Wilk normality test

data:  rcbd.residuals
W = 0.9268, p-value = 0.134
```

Δοκιμασία Bartlett για ομοιογένεια των διακυμάνσεων

Η δοκιμασία του Bartlett χρησιμοποιείται για να ελέγξει εάν τα k δείγματα προέρχονται από πληθυσμούς με ίσες διακυμάνσεις. Η δοκιμασία αυτή είναι ευαίσθητη στις αποκλίσεις από την κανονικότητα και την ανισότητα διασπορών.
Το κριτήριο της δοκιμής υπολογίζεται ως εξής:

$$x^2 = \frac{(N-k)\ln s_p^2 - \sum_{i=1}^{k} f_i \ln s_i^2}{1 + \frac{1}{3(\kappa-1)}\left(\sum\left(1/f_i\right) - \frac{1}{f_i}\right)}$$

και συγκρίνεται με την κρίσιμη τιμή του χ^2 για κ – 1 βαθμούς ελευθερίας.

Δοκιμασία Bartlett για ομοιογένεια των διακυμάνσεων

Επεμβάσεις	s_i^2	n_i	f_i	$\ln s_i^2$	$f_i * \ln s_i^2$	$1/f_i$
Α	2,50	5	4	0,916	3,66	0,25
Β	12,99	5	4	2,564	10,26	0,25
Γ	11,49	5	4	2,442	9,77	0,25
Δ	12,99	5	4	2,564	10,26	0,25
Σύνολο		20	16	8,488	33,95	1

$$s_p^2 = 9{,}99 \qquad \ln s_p^2 = \ln(10) = 2{,}302$$

$$M = (N-k)\ln s_p^2 - \sum_{i=1}^{k} f_i \ln s_i^2 = \left(20-4)(2.11) - (33{,}95\right) = 2{,}887$$

$$C = 1 + \frac{1}{3(\kappa-1)}\left(\sum\left(1/f_i\right) - \frac{1}{f_i}\right) = 1 + \frac{1}{3*3}\left(1 - \frac{1}{16}\right) = 1{,}104$$

$$x^2 = \frac{M}{C} = 2{,}615 < 7{,}815 = x^2_{(0.05,3)}$$

Δεν απορρίπτεται η H_0

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> bartlett.test(Y~Tr)

Bartlett test of homogeneity of variances

data:  Y by Tr
Bartlett's K-squared = 2.6148, df = 3, p-value = 0.4549
```

Δοκιμασία Tukey για έλεγχο αθροιστικότητας

Η δοκιμασία Tukey χρησιμοποιείται για να ελεγχθεί αν η επίδραση των επεμβάσεων και των παραγόντων του περιβάλλοντος είναι αθροιστική. Το κριτήριο της δοκιμής υπολογίζεται ως εξής:

$$\mathrm{F} = \frac{\mathrm{SS}_{\mathrm{AB}}/1}{MSe^*}$$

Όπου

$$\mathrm{SS}_{\mathrm{AB}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)\right)^2}{\sum_{i=1}^{a}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2 \sum_{j=1}^{b}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2}$$

και συγκρίνεται με την κρίσιμη τιμή του F για βαθμούς ελευθερίας 1 και $ab-(a+b)$ όπου a ο αριθμός των επεμβάσεων και b ο αριθμός των ομάδων.

* $SS_e = SS_T - SS_A - SS_B - SS_{AB}$

Δοκιμασία Tukey για έλεγχο αθροιστικότητας

$$SS_{AB} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)\right)^2}{\sum_{i=1}^{a}\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2 \sum_{j=1}^{b}\left(\overline{Y}_{.j} - \overline{Y}_{..}\right)^2} = \frac{8281}{1207{,}5} = 6{,}857$$

$$F = \frac{SS_{AB}/1}{MSe} = \frac{6{,}858}{1{,}372} = 4{,}99$$

Πηγή παρ/τητας	ΒΕ	ΑΤ	ΜΤ	F	Pr(>F)
Αθροιστικότητα	1	6,858	6,858	4,9952	0,04711 *
Κατάλοιπο	11	15,102	1,3729		
Υπόλοιπο	12	22			

Επειδή P-value 0,04711< 0,05 απορρίπτεται η H_0

```
> library(agricolae)
> nonadditivity(Y, Tr, Block, 12, 1.83)  # (Από την ανάλυση διακύμανσης με Τ.Π.Ο., Β.Ε. υπολοίπου = 12 και ΜΤ υπολοίπου =1,83)

Tukey's test of nonadditivity
Y

P : 182
Q : 4830

Analysis of Variance Table

Response: residual
               Df  Sum Sq  Mean Sq  F value   Pr(>F)
Nonadditivity   1   6.858   6.8580   4.9952  0.04711 *
 Residuals     11  15.102   1.3729
---
 Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Έλεγχος των υποθέσεων:

Μηδενική υπόθεση **H_0:** $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

Εναλλακτική υπόθεση **H_1:** $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4$

Διορθωτικός όρος:

$$\Delta O = \frac{Y_{..}^{\;2}}{ab} = \frac{230^2}{4*5} = 2645$$

Το συνολικό άθροισμα τετραγώνων υπολογίζεται ως εξής:

$$AT_{\sigma\upsilon\nu\acute{o}\lambda o\upsilon} = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^{\;2}}{ab}$$

$$AT_{\sigma\upsilon\nu\acute{o}\lambda o\upsilon} = 5^2 + 6^2 + \ldots + 16^2 + 17^2 - 2645 = 335$$

Άθροισμα τετραγώνων επεμβάσεων:

$$AT_{\varepsilon\pi\varepsilon\mu\beta\acute{\alpha}\sigma\varepsilon\omega\nu} = \sum \frac{Y_{i.}^{2}}{b} - \frac{Y_{..}^{2}}{ab}$$

$$AT_{\varepsilon\pi\varepsilon\mu\beta\acute{\alpha}\sigma\varepsilon\omega\nu} = \frac{35^2}{5} + \frac{55^2}{5} + \frac{75^2}{5} + \frac{65^2}{5} - 2645 = 175$$

Άθροισμα τετραγώνων ομάδων:

$$AT_{o\mu\acute{\alpha}\delta\omega\nu} = \sum \frac{Y_{.j}^{2}}{a} - \frac{Y_{..}^{2}}{ab}$$

$$AT_{o\mu\acute{\alpha}\delta\omega\nu} = \frac{30^2}{4} + \frac{40^2}{4} + \frac{46^2}{4} + \frac{54^2}{4} + \frac{60^2}{4} - 2645 = 138$$

Πηγή παρ/τητας	**ΒΕ**	**ΑΤ**	**ΜΤ**	**F**	**F πιν.**	**Prob > F**
Επεμβάσεις	4 – 1 = 3	175	58,33	31,81	3,49	<,0001
Ομάδα	5 – 1 = 4	138	34,5	18,81	3,26	<,0001
Υπόλοιπο	(4–1)(5–1)= 12	22	1,83			
Σύνολο	4*5 – 1 = 19	335				

Επειδή η τιμή F πειράματος για τις επεμβάσεις (31,81) είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή (3,49), οι επεμβάσεις διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους. Το F των ομάδων (18,81) είναι στατιστικά σημαντικό, οπότε σωστά επιλέχτηκε και χρησιμοποιήθηκε το συγκεκριμένο σχέδιο.

Πειραματικοί Σχεδιασμοί

```
> summary(fit)

            Df   Sum Sq   Mean Sq   F value    Pr(>F)
 Tr          3   175.8    58.3      31.81      <,0001***
 Block       4   138.0    34.50     18.81      <,0001***
 Residuals  12    22.0     1.83
---
 Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Δοκιμασία Ελάχιστης Σημαντικής Διαφοράς

$$\text{ΕΣΔ} = t_{[\alpha(a-1)(b-1)]} * \sqrt{\frac{2*\text{ΜΤυπ}}{b}} = 2,17 * \sqrt{\frac{2*1,83}{5}} = 1,86$$

Επέμβαση	Μέσος	
C	15	a
D	13	b
B	11	c
A	7	d

```
> LSD.test(fit,"Tr",console=TRUE)

Study: fit ~ "Tr"

LSD t Test for Y

Mean Square Error:  1.833333

Tr,  means and individual ( 95 %) CI

   Y       std   r       LCL       UCL Min Max
1  7  1.581139   5  5.680663  8.319337   5   9
2 11  3.605551   5  9.680663 12.319337   6  16
3 15  3.391165   5 13.680663 16.319337  11  19
4 13  3.605551   5 11.680663 14.319337   8  17

Alpha: 0.05 ; DF Error: 12
Critical Value of t: 2.178813

least Significant Difference: 1.865824

Treatments with the same letter are not significantly different.

   Y  groups
3 15   a
4 13    b
2 11     c
1  7      d
```

Απώλεια παρατηρήσεων

Για κάθε παρατήρηση που λείπει χάνεται ένας ΒΕ από το σύνολο

Η τιμή της παρατήρησης που λείπει υπολογίζεται ως :

$$Y_{ij} = \frac{\left(bY_{\cdot j} + aY_{i\cdot} - Y_{\cdot\cdot}\right)}{(b-1)(a-1)}$$

Όπου :

b ο αριθμός των ομάδων

α ο αριθμός των επεμβάσεων

$Y_{.j}$ το σύνολο των τιμών της ομάδας από όπου λείπει η παρατήρηση

$Y_{i.}$ το σύνολο των τιμών της επέμβασης από όπου λείπει η παρατήρηση

$Y_{..}$ το σύνολο των τιμών του πειράματος

Υπολογισμός Ελάχιστης Σημαντικής Διαφοράς με απώλεια παρατηρήσεων

Αν η δοκιμασία F είναι σημαντική, για την σύγκριση των επεμβάσεων, το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων επεμβάσεων, που από την μία λείπει η παρατήρηση, δίνεται από τον τύπο:

$$s_{\bar{b}} = \sqrt{s^2\left[\frac{2}{b} + \frac{a}{b(b-1)(a-1)}\right]}$$

ενώ για τις υπόλοιπες συγκρίσεις επεμβάσεων:

$$s_{\bar{b}} = \sqrt{\frac{2s_e^2}{b}}$$

Μετατροπές δεδομένων

- ✓ Για την διόρθωση των αποκλίσεων από τις υποθέσεις στις οποίες βασίζεται η ανάλυση (π.χ. κανονικότητα).
- ✓ Για την διόρθωση των ακραίων τιμών.
- ✓ Για καλύτερη περιγραφή ενός χαρακτηριστικού, ώστε να συγκρίνουμε σε ίση βάση τις πειραματικές επεμβάσεις.
- ✓ Σε ειδικές περιπτώσεις όπου υπάρχει επίδραση ενδογενής (π.χ. αθροιστική δράση γονίδιων).

Μετατροπή της τετραγωνικής ρίζας

Η μετατροπή της τετραγωνικής ρίζας εφαρμόζεται στις εξής περιπτώσεις:

- ✓ Οι μέσοι και οι διασπορές των επεμβάσεων παρουσιάζουν αναλογική τάση.
- ✓ Τα δεδομένα είναι μετρήσεις γεγονότων με μικρή πιθανότητα να συμβούν.
- ✓ Δεδομένα που συνήθως ακολουθούν την κατανομή Poisson.

$$Y^* = \sqrt{Y}$$

Για τις περιπτώσεις που οι τιμές κυμαίνονται από 0-10 χρησιμοποιείται

$$Y^* = \sqrt{Y + 0,5}$$

Λογαριθμική μετατροπή

Η λογαριθμική μετατροπή εφαρμόζεται όταν:

✓ Υπάρχει αναλογικότητα μεταξύ μέσων των επεμβάσεων και τυπικών αποκλίσεων.

✓ Για δεδομένα των οποίων οι διασπορές ακολουθούν το πολλαπλασιαστικό πρότυπο.

✓ Η κατανομή των δεδομένων εμφανίζει δεξιά ασυμμετρία – λοξότητα.

$$Y^* = \log(Y)$$

Για τιμές που κυμαίνονται από 0 μέχρι 10 τότε χρησιμοποιείται η μετατροπή:

$$Y^* = \log(Y+1)$$

Μετατροπή σε μοίρες

Η γωνιακή μετατροπή ή το ημίτονο του τόξου της τετραγωνικής ρίζας, εφαρμόζεται όταν:

- ✓ Τα δεδομένα είναι αριθμοί που εκφράζονται ως ποσοστό του συνολικού δείγματος εκατοστιαίες αναλογίες.
- ✓ Δεδομένα που συνήθως ακολουθούν την κατανομή διωνυμική κατανομή.

$$Y^* = \arcsin\sqrt{Y}$$

Η μετατροπή Box-Cox

Οι μετατροπή Box-Cox είναι μία μέθοδος που έχει σχεδιαστεί για τον προσδιορισμό ενός βέλτιστου μετασχηματισμού για μία μεταβλητή Y.

$$y(\lambda) = \begin{cases} \dfrac{y^{\lambda} - 1}{\lambda}, \ \text{if } \lambda \neq 0 \\ \\ \log y, \quad \text{if } \lambda = 0 \end{cases}$$

όπου λ είναι ο άγνωστος ισχύος παράμετρος μετασχηματισμού.

```
> rcbd =cbind(rcbd, log(Y))
>  nonadditivity(log(Y), Tr, Block, 12, 0.0094)
```

Tukey's test of nonadditivity
log(Y)

P : 0.008796964
Q : 0.3874301

Analysis of Variance Table

Response: residual

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Nonadditivity	1	0.0002	0.0001997	0.0195	0.8914
Residuals	11	0.1126	0.0102364		

Άσκηση 1. Μελετήθηκε η επίδραση πέντε διαφορετικών συστατικών στον χρόνο αντίδρασης μιας χημικής διεργασίας, σε σχέδιο ΤΠΟ με έξι ομάδες. Ελέγξτε αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των συστατικών.

	Ομάδα					
Επεμβάσεις	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
A	2	4	3	7	8	6
B	8	7	8	9	10	11
C	5	8	9	12	11	13
D	12	14	15	13	13	16
E	9	11	7	10	12	15