Γεωργικός Πειραματισμός

9ο Εργαστήριο

Αναστάσιος Κατσιλέρος

Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Εργαστήριο Βελτίωσης Φυτών και Γεωργικού Πειραματισμού

katsileros@aua.gr

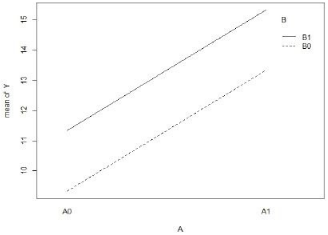
Αθήνα 2020

Ως παράγοντας ορίζεται το είδος της πειραματικής επέμβασης που εφαρμόζεται στο πείραμα (λίπανση, άρδευση, καλλιέργεια, περιβάλλον κ.α.) και επίπεδα ή στάθμες, οι διάφορες επεμβάσεις του παράγοντα (συγκεντρώσεις, δοσολογία, ποικιλίες, περιοχές κ.α.). Τα επίπεδα του παράγοντα μπορεί να είναι κατηγορικά ή/και συνεχή και **προκαθορισμένα** ή **τυχαία** ή αλλιώς **σταθερών επιδράσεων** (Fixed Effects) ή **τυχαίων επιδράσεων** (Random Effects).

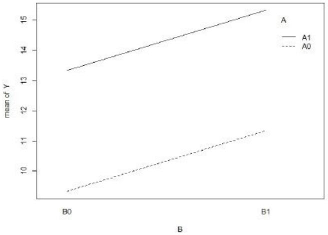
Παραγοντικά Πειράματα

Τα **παραγοντικά πειράματα** (factorial experiments) μελετούν την επίδραση δύο ή περισσοτέρων παραγόντων στην απόκριση μίας μεταβλητής. Επιπλέον εξετάζουν την ύπαρξη ή μη αλληλεπίδρασης μεταξύ των επιπέδων των διαφόρων παραγόντων. Η **αλληλεπίδραση** (interaction) ορίζεται ως η ανόμοια αντίδραση των επιπέδων ενός παράγοντα στα διάφορα επίπεδα του άλλου παράγοντα.

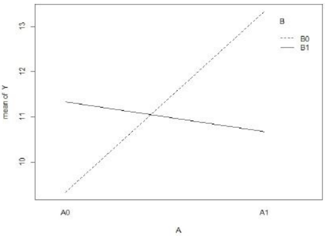
Η **απλή επίδραση** είναι η μεταβολή της μεταβλητής απόκρισης, στην αλλαγή των επίπεδων του ενός παράγοντα σε κάθε επίπεδο του άλλου παράγοντα.
Η **κύρια ή μέση επίδραση** (main effect) είναι η μεταβολή της μεταβλητής, στην αλλαγή των επίπεδων του ενός παράγοντας (απλή επίδραση) σε όλα τα επίπεδα του άλλου παράγοντα.
Η **αλληλεπίδραση** (interaction) ελέγχει αν οι απλές επιδράσεις του ενός παράγοντα είναι παρόμοιες σε όλα τα επίπεδα του άλλου παράγοντα.



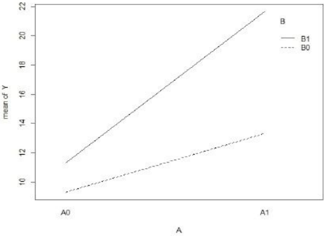
(a) Απουσία αλληλεπίδρασης AB=0



(b) Απουσία αλληλεπίδρασης AB=0



(c) Ύπαρξη αλληλεπίδρασης AB=-3



(d) Ύπαρξη αλληλεπίδρασης AB=6

Τα παραγοντικά πειράματα είναι πολύ αποτελεσματικά γιατί προσεγγίζουν καλύτερα στον 'πραγματικό' κόσμο, παρέχοντας πληροφορίες με μικρή αύξηση του κόστους, παρέχουν εκτιμήσεις των αλληλεπιδράσεων και αυξάνουν την πειραματική ακρίβεια λόγω της κρυμμένης επανάληψης.

Τα μειονεκτήματα των παραγοντικών πειραμάτων είναι ότι μερικοί συνδυασμοί επεμβάσεων μπορεί να μην εμφανίζουν ενδιαφέρον, είναι δύσκολη η ερμηνεία των αποτελεσμάτων ειδικά σε μεγάλου βαθμού αλληλεπιδράσεις και αν προσθέσουμε πολλούς παράγοντες και επίπεδα μπορεί να αυξηθεί πάρα πολύ το μέγεθος του πειράματος.

Παράγοντας A

3 επίπεδα με 5 επαναλήψεις

Πηγή παρ/τας	**ΒΕ**
A	$a-1=2$
Υπόλοιπο	$a(n-1)=12$
Σύνολο	$an-1=14$

Παράγοντας B

4 επίπεδα με 5 επαναλήψεις

Πηγή παρ/τας	**ΒΕ**
B	$b-1=3$
Υπόλοιπο	$b(n-1)=16$
Σύνολο	$an-1=19$

Διπαραγοντικό A και B

3x4 με 3 επαναλήψεις

Πηγή παρ/τας	**ΒΕ**
A	$a-1=2$
B	$b-1=3$
AB	$(a-1)(b-1)=6$
Υπόλοιπο	$ab(n-1)=24$
Σύνολο	$abn-1=35$

- Περισσότερες πληροφορίες λόγω της αλληλεπίδρασης.
- Ακόμα και σε απουσία αλληλεπίδρασης έχουμε επιπλέον επαναλήψεις για τους παράγοντες.
- Περισσότερους ΒΕυπ για την εκτίμηση του σφάλματος.
- Οριακή αύξηση του μεγέθους του πειράματος.

Πλήρη παραγοντικά πειράματα Περιέχουν όλους τους πιθανούς συνδυασμούς των επιπέδων των παραγόντων και χρησιμοποιούνται για συγκριτικούς σκοπούς.

Μη πλήρη ομάδων παραγοντικά πειράματα Ένα πλήρες παραγοντικό με την μέθοδο της ανάμειξης διαιρείται σε ομάδες οι οποίες περιέχουν λιγότερες επεμβάσεις από ότι απαιτεί μια πλήρης επανάληψη.

Κλασματικά παραγοντικά πειράματα Χρησιμοποιούνται για να πάρουμε πληροφορίες για τις κύριες επιδράσεις και τις αλληλεπιδράσεις χαμηλής τάξης, εκτελώντας μόνο ένα κλάσμα του πλήρους παραγοντικού σχεδιασμού (23-1, Plackett-Burman κ.α.).

Μεθοδολογία αποκριτικής επιφάνειας Τα σχέδια αυτά χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των επιπέδων των παραγόντων ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη τιμή της μεταβλητής απόκρισης (CCD, Box-Behnken κ.α.).

Παραγοντικό Πείραμα σε Ε.Τ.Σ.

Το γραμμικό πρότυπο παραγοντικού πειράματος που ακολουθεί το εντελώς τυχαιοποιημένο σχέδιο είναι το εξής:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \tag{1}$$

όπου Y_{ijk} η παρατήρηση στην i επέμβαση, j σειρά και k στήλη
μ ο γενικός μέσος
α_i η επίδραση του i επιπέδου του πρώτου παράγοντα
β_j η επίδραση του j επιπέδου του δεύτερου παράγοντα
$(\alpha\beta)_{ij}$ η αλληλεπίδραση του i επιπέδου του πρώτου παράγοντα με το j επιπέδου του δεύτερου παράγοντα
ϵ_{ijk} το πειραματικό σφάλμα, $N(0, \sigma^2)$

Πηγή Παρ/τας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Τετράγωνο	Δοκιμασία F	ΘΣΜΤ[1]
Παράγοντας A	$a-1$	$bn\sum_{i=1}^{a}(\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}_{...})^2$	AT_A/BE_A	$MT_A/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{bn\sum_{i=1}^{a}\alpha_i^2}{a-1}$
Παράγοντας B	$b-1$	$an\sum_{j=1}^{b}(\bar{Y}_{.j.}-\bar{Y}_{...})^2$	AT_B/BE_B	$MT_B/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{an\sum_{j=1}^{b}\beta_j^2}{b-1}$
Αλληλεπίδραση AB	$(a-1)(b-1)$	$n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{Y}_{ij.}-\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}_{.j.}+\bar{Y}_{...})^2$	AT_{AB}/BE_{AB}	$MT_{AB}/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\alpha\beta_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$
Υπόλοιπο	$ab(n-1)$	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}(Y_{ijk}-\bar{Y}_{ij.})^2$	$AT_{\upsilon\pi}/BE_{\upsilon\pi}$		σ^2
Σύνολο	$abn-1$	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk}-\bar{Y}_{...})^2$			

[1] Σταθερών επιδράσεων ή Πρότυπο I

$$H_0\colon\ \alpha_i=0,\ i=1,..,a$$
$$H_0\colon\ \beta_j=0,\ j=1,..,b$$
$$H_0\colon\ (\alpha\beta)_{ij}=0,\ i=1,..,a, j=1,..,b$$

Αν ο ερευνητής επιλέξει το Πρότυπο II (τυχαίων επιδράσεων) ή Πρότυπο III (μεικτών επιδράσεων), οι δοκιμασίες F δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πηγή Παρ/τας	**Δοκιμασία F[2]**	**ΘΣΜΤ[2]**	**Δοκιμασία F[3]**	**ΘΣΜΤ[3]**
Παράγοντας A	MT_A/MT_{AB}	$\sigma^2 + n\sigma^2_{AB} + bn\sigma^2_A$	MT_A/MT_{AB}	$\sigma^2 + n\sigma^2_{AB} + \frac{bn\sum_{i=1}^{a}\alpha_i^2}{a-1}$
Παράγοντας B	MT_A/MT_{AB}	$\sigma^2 + n\sigma^2_{AB} + an\sigma^2_B$	$MT_A/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2 + an\sigma^2_B$
Αλληλεπίδραση AB	$MT_{AB}/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2 + n\sigma^2_{AB}$	$MT_{AB}/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2 + n\sigma^2_{AB}$
Υπόλοιπο		σ^2		σ^2

[2] Τυχαίων επιδράσεων,[3] Μεικτών επιδράσεων, (A προκαθορισμένο και B τυχαίο)

Στα παραγοντικά πειράματα ο ερευνητής ελέγχει αρχικά αν η αλληλοεπίδραση είναι στατιστικά σημαντική. Όταν υπάρχει στατιστικά σημαντική αλληλεπίδραση, δεν έχε καμία πρακτική αξία να γίνουν οι συγκρίσεις των επιπέδων των παραγόντων A και B, αν οι επιδράσεις τους είναι και αυτές στατιστικά σημαντικές.

Ο υπολογισμός ελάχιστης σημαντικής διαφοράς για την σύγκρ-ιση των συνδυασμών των επιπέδων των παραγόντων A και B γίνεται ως εξής.

$$E\Sigma\Delta_{AB} = t_{(BE\upsilon\pi, a/2)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot MT\upsilon\pi}{n}}$$

Αν η αλληλεπίδραση δεν ήταν στατιστικά σημαντική, σχολιάζοντα αν είναι σημαντικές, οι διαφορές μεταξύ των επιπέδων του παράγοντα A ανεξάρτητα από τα επίπεδα του παράγοντα B καθώς και οι διαφορές μεταξύ των επιπέδων του παράγοντα B ανεξάρτητα από τα επίπεδα του παράγοντα A.
Οι τιμές της ΕΣΔ για τις συγκρίσεις των επιπέδων των παραγόντων A και B, υπολογίζονται ως εξής:

$$E\Sigma\Delta_A = t_{(BE\upsilon\pi,a/2)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot MT\upsilon\pi}{bn}}$$

και

$$E\Sigma\Delta_B = t_{(BE\upsilon\pi,a/2)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot MT\upsilon\pi}{an}}$$

Παράδειγμα 11. Μελετήθηκε η επίδραση δύο επιπέδων θερμοκρασίας (Α) και τριών επιπέδων πίεσης (Β), στον χρόνο αντίδρασης μιας χημικής διεργασίας, με τέσσερις επαναλήψεις (Ε.Τ.Σ.).

Παράγοντας Α					
α1			α2		
Παράγοντας Β					
β1	β2	β3	β1	β2	β3
12	12	13	5	9	15
10	16	16	8	8	16
8	17	15	7	8	16
8	19	18	4	9	13

Αρχικά υπολογίζονται τα αθροίσματα των επιπέδων των παραγόντων.

$Y_{ij.}$	α1	α2	$Y_{.j.}$
β1	38	24	62
β2	64	34	98
β3	62	60	122
$Y_{i..}$	164	118	(=282)

Υπολογισμός διορθωτικού όρου:

$$\Delta O = \frac{Y_{...}^2}{abn} = \frac{282^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 3313,5$$

Υπολογισμός συνολικού αθροίσματος τετραγώνου:

$$AT_\sigma = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk} - \Delta O = 2^2 + ... + 13^2 - 3313,5 = 432,5$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου του παράγοντα Α:

$$AT_A = \frac{\sum_{i=1}^{a}(Y_{i..}^2)}{bn} - \Delta O = \frac{(164^2 + 118^2)}{12} - 3313,5 = 88,16$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου του παράγοντα Β:

$$AT_B = \frac{\sum_{j=1}^{b}(Y_{.j.}^2)}{an} - \Delta O = \frac{(62^2 + 98^2 + 122^2)}{8} - 3313,5 = 228$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου αλληλεπίδρασης:

$$AT_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} Y_{ij.}^2}{n} - AT_A - AT_B - \Delta O =$$

$$= \frac{(38^2 + ... + 60^2)}{4} - 88,16 - 228 - 3313,5 = 49,33$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου του υπολοίπου:

$$AT_{\upsilon\pi} = AT_{\sigma} - AT_A - AT_B - AT_{AB} = 67$$

Πηγή Παρ/τας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Τετράγωνο	Δοκιμασία F	Κρίσιμη τιμή F
Παράγοντας Α	1	88,16	88,17	23,69***	4,41
Παράγοντας Β	2	228	114,00	30,63***	3,55
Αλληλεπίδραση ΑΒ	2	49,33	24,67	6,63**	3,55
Υπόλοιπο	18	67,00	3,72		
Σύνολο	23	432,5			

Επειδή η τιμή F της αλληλεπίδρασης ΑΒ (6,63) του πειράματος είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή του F του πίνακα (3,55), απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και επομένως οι συνδυασμοί των επιπέδων των παραγόντων, διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους.

Υπολογισμός συντελεστή προσδιορισμού R^2 (coefficient of determination)

$$R^2 = \frac{AT_{\mu o \nu \tau.}}{AT_{\sigma \upsilon \nu.}} = \frac{365,5}{432,5} = 0,845$$

Χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο μοντέλο (Ε.Τ.Σ), εξηγήθηκε το 84,5% της συνολικής παραλλακτικότητας.

Υπολογισμός συντελεστή παραλλακτικότητας $CV\%$

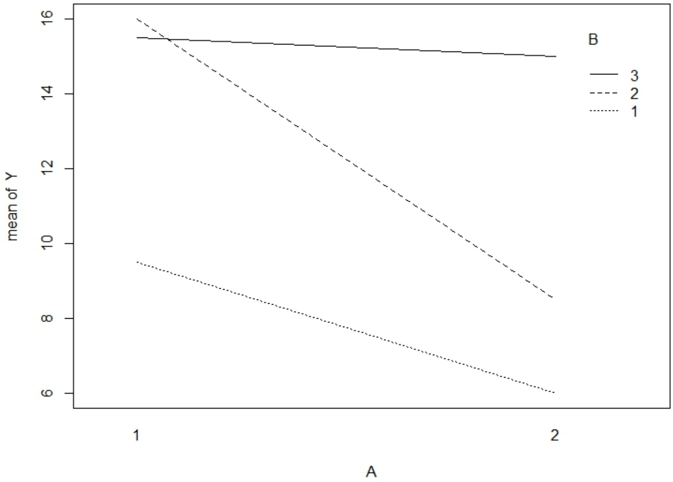
$$CV = \frac{\sqrt{MT_{\upsilon\pi}}}{\bar{Y}_{..}} = \frac{\sqrt{3,72}}{11,75} = 0,164$$

Ο συντελεστής παραλλακτικότητας CV% του πειράματος είναι 16,4%.

Η ελάχιστη σημαντική διαφορά για την σύγκριση των συνδυασμών των επιπέδων είναι η εξής:

$$E\Sigma\Delta_{AB} = 2,1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 3,72}{4}} = 2,86$$

Συνδυασμός	**Μέση τιμή**	
a1b2	16	a
a1b3	15,5	a
a2b3	15	a
a1b1	9,5	b
α2b2	8,5	bc
α2b1	6	c


mean of Y
16
14
12
10
8
6
1
2
A
B
3
2
1

Παραγοντικό Πείραμα σε Τ.Π.Ο.

Το γραμμικό πρότυπο παραγοντικού πειράματος που ακολουθεί το σχέδιο των τυχαιοποιημένων πλήρων ομάδων

$$\Upsilon_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \rho_k + \epsilon_{ijK} \qquad (2)$$

όπου Y_{ijk} η παρατήρηση στην i επέμβαση, j σειρά και k στήλη
μ ο γενικός μέσος
α_i η επίδραση του i επιπέδου του πρώτου παράγοντα
β_j η επίδραση του j επιπέδου του δεύτερου παράγοντα
$(\alpha\beta)_{ij}$ η αλληλεπίδραση του i επιπέδου του πρώτου παράγοντα με το j επιπέδου του δεύτερου παράγοντα
ρ_k η επίδραση της k ομάδας
ϵ_{ijK} το πειραματικό σφάλμα, $N(0, \sigma^2)$

Πηγή Παρ/τας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Τετράγωνο	Δοκιμασία F	ΘΣΜΤ[1]
Ομάδα	$n-1$	$ab\sum_{k=1}^{n}(\bar{Y}_{..k}-\bar{Y}_{...})$	$AT o\mu/BE o\mu$	$MT o\mu/MT\upsilon\pi$	$\sigma^2+\frac{ab\sum_{k=1}^{n}\rho_k^2}{n-1}$
Παράγοντας A	$a-1$	$bn\sum_{i=1}^{a}(\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}_{...})^2$	AT_A/BE_A	$MT_A/MT\upsilon\pi$	$\sigma^2+\frac{bn\sum_{i=1}^{a}\alpha_i^2}{a-1}$
Παράγοντας B	$b-1$	$an\sum_{j=1}^{b}(\bar{Y}_{.j.}-\bar{Y}_{...})^2$	AT_B/BE_B	$MT_B/MT\upsilon\pi$	$\sigma^2+\frac{an\sum_{j=1}^{b}\beta_j^2}{b-1}$
Αλληλεπίδραση AB	$(a-1)(b-1)$	$n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{Y}_{ij.}-\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}_{.j.}+\bar{Y}_{...})^2$	AT_{AB}/BE_{AB}	$MT_{AB}/MT\upsilon\pi$	$\sigma^2+\frac{n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\alpha\beta_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$
Υπόλοιπο	$(n-1)(ab-1)$	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}(Y_{ijk}-\bar{Y}_{ij.}-\bar{Y}_{..k}+\bar{Y}_{...})^2$	$AT\upsilon\pi/BE\upsilon\pi$		σ^2
Σύνολο	$abn-1$	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(Y_{ijk}-\bar{Y}_{...})^2$			

[1]Σταθερών επιδράσεων

$$H_0\colon\ \alpha_i=0,\ i=1,..,a$$
$$H_0\colon\ \beta_j=0,\ j=1,..,b$$
$$H_0\colon\ (\alpha\beta)_{ij}=0,\ i=1,..,a,j=1,..,b$$

Παράδειγμα 12.Μελετήθηκε η επίδραση τεσσάρων ποικιλιών σιταριού (A) και τριών επιπέδων άρδευσης, στην τελική απόδοση, με τρεις επαναλήψεις-ομάδες.

	Παράγοντας Α												
	α1			α2			α3			α4			
	Παράγοντας Β												
Ομάδα	β1	β2	β3	β1	β2	β3	β1	β2	β3	β1	β2	β3	$Y_{..k}$
1η	2	3	5	8	10	15	15	19	22	20	15	10	144
2η	3	3	6	9	11	17	14	20	21	19	15	13	151
3η	4	6	8	12	13	15	16	17	23	22	14	11	161
$Y_{ij.}$	9	12	19	29	34	47	45	56	66	61	44	34	(=456)

Αρχικά υπολογίζονται τα αθροίσματα των επιπέδων των παραγόντων.

$Y_{ij.}$	α1	α2	α3	α4	$Y_{.j.}$
β1	9	29	45	61	144
β2	12	34	56	44	146
β3	19	47	66	34	166
$Y_{i..}$	40	110	167	139	(=456)

Υπολογισμός διορθωτικού όρου:

$$\Delta O = \frac{Y_{...}^2}{abn} = \frac{456^2}{4 \cdot 3 \cdot 3} = 5776$$

Υπολογισμός συνολικού αθροίσματος τετραγώνου:

$$AT_{\sigma} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk} - \Delta O = 2^2 + ... + 13^2 - 5776 = 1312,1$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου των ομάδων:

$$AT_{o\mu} = \frac{\sum_{k=1}^{n}(Y_{..k}^2)}{ab} - \Delta O = \frac{144^2 + 151^2 + 161^2}{12} - 5776 = 12,6$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου του παράγοντα Α:

$$AT_A = \frac{\sum_{i=1}^{a}(Y_{i..}^2)}{bn} - \Delta O = \frac{40^2 + ... + 139^2}{9} - 5776 = 991,77$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου του παράγοντα B:

$$AT_B = \frac{\sum_{j=1}^{b}(Y_{.j.}^2)}{an} - \Delta O = \frac{144^2 + 146^2 + 166^2}{9} - 5776 = 24,66$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου αλληλεπίδρασης:

$$AT_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y_{ij.}^2}{n} - AT_A - AT_B - \Delta O =$$

$$= \frac{9^2 + ... + 34^2}{3} - 991,7 - 24,66 - 5776 = 248,22$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου του υπολοίπου:

$$AT_{\upsilon\pi} = AT_\sigma - AT_{o\mu} - AT_A - AT_B - AT_{AB} = 35,16$$

Πηγή Παρ/τας	**Βαθμοί Ελευθερίας**	**Άθροισμα Τετραγώνων**	**Μέσο Τετράγωνο**	**Δοκιμασία F**	**Κρίσιμη τιμή F**
Ομάδα	2	12,16	6,08	3,81*	3,44
Παράγοντας Α	3	991,77	330,59	206,82***	3,05
Παράγοντας Β	2	24,66	12,33	7,72**	3,44
Αλληλεπίδραση ΑΒ	6	248,22	41,37	25,88***	2,55
Υπόλοιπο	22	35,16	1,59		
Σύνολο	35	1312,1			

Επειδή η τιμή F της αλληλεπίδρασης ΑΒ (25,88) είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή του F του πίνακα (2,55), απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και επομένως οι συνδυασμοί των επιπέδων των παραγόντων διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους.

Υπολογισμός συντελεστή προσδιορισμού R^2 (coefficient of determination)

$$R^2 = \frac{AT_{\mu o\nu\tau.}}{AT_{\sigma\upsilon\nu.}} = \frac{1276,9}{1312,1} = 0,973$$

Χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο μοντέλο (Τ.Π.Ο.), εξηγήθηκε το 97,3% της συνολικής παραλλακτικότητας.

Υπολογισμός συντελεστή παραλλακτικότητας $CV\%$

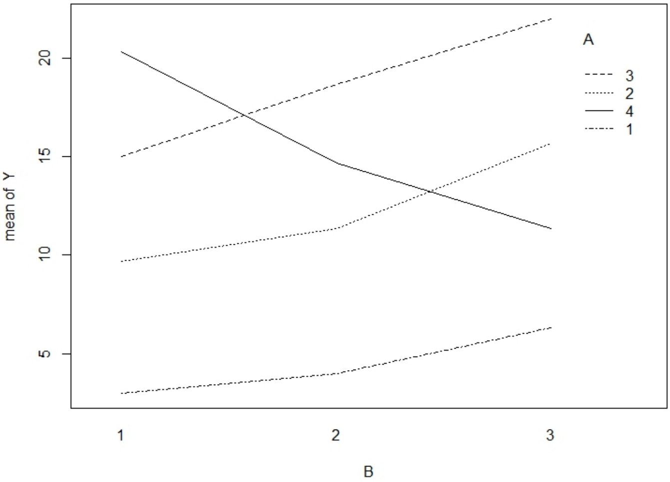
$$CV = \frac{\sqrt{MT_{\upsilon\pi}}}{\bar{Y}_{..}} = \frac{\sqrt{1,59}}{12,66} = 0,099$$

Ο συντελεστής παραλλακτικότητας CV% του πειράματος είναι 9,9%.

Υπολογισμός έντιμης σημαντικής διαφοράς (Tukey-HSD).

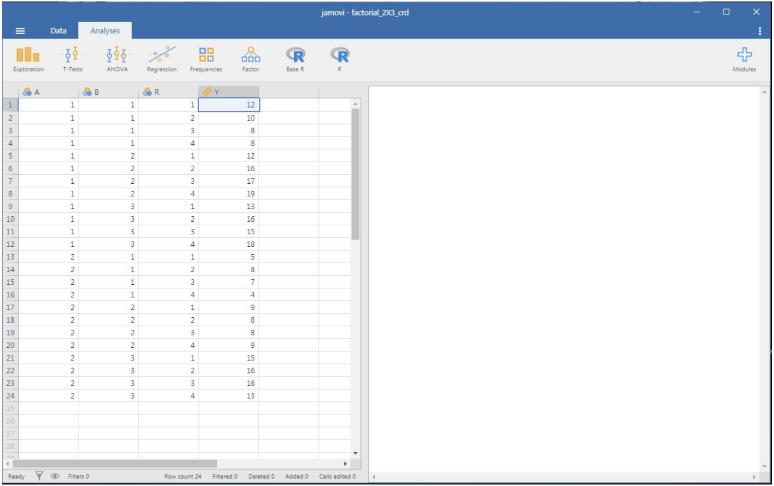
$$HSD_{AB} = q \cdot \sqrt{\frac{MT\upsilon\pi}{n}} = 5,14 \cdot \sqrt{\frac{1,598}{3}} = 3,75$$

Συνδυασμός	**Μέση τιμή**	
a3b3	22	a
a4b1	20,33	a
a3b2	18,66	ab
a2b3	15,66	bc
a3b1	15	bcd
a4b2	14,66	cd
a4b3	11,33	de
a2b2	11,33	de
a2b1	9,66	ef
a1b3	6,33	fg
a1b2	4	g
a1b1	3	g

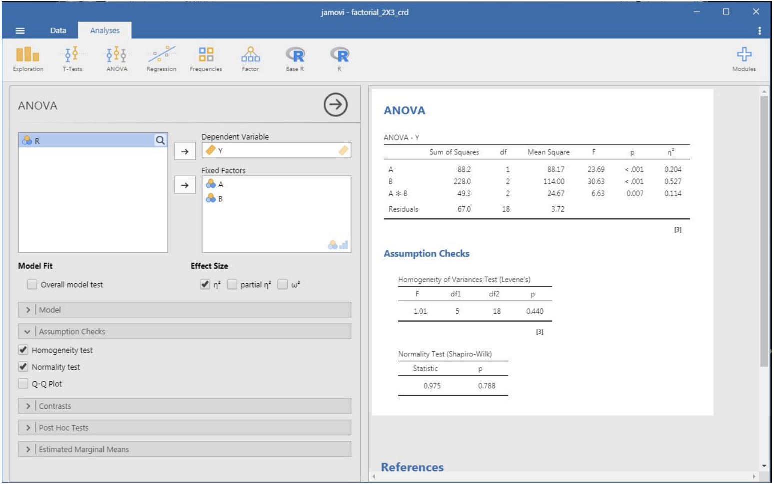

A
3
2
4
1
mean of Y
20
15
10
5
1
2
3
B

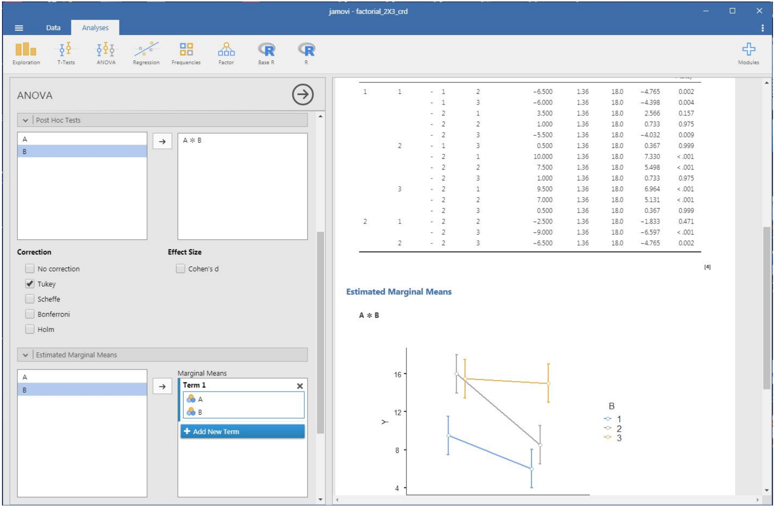
Πηγή Παρ/τας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Τετράγωνο	Δοκιμασία F	ΘΣΜΤ[1]
Α	$a-1$	$bcn\sum_{i=1}^{a}(\bar{Y}_{i...}-\bar{Y}_{....})^2$	AT_A/BE_A	$MT_A/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{bcn\sum_{i=1}^{a}\alpha_i^2}{a-1}$
Β	$b-1$	$nac\sum_{j=1}^{b}(\bar{Y}_{.j..}-\bar{Y}_{....})^2$	AT_B/BE_B	$MT_B/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{acn\sum_{j=1}^{b}\beta_j^2}{b-1}$
Γ	$c-1$	$nab\sum_{k=1}^{c}(\bar{Y}_{..k.}-\bar{Y}_{....})^2$	AT_Γ/BE_Γ	$MT_\Gamma/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{abn\sum_{k=1}^{b}\gamma_k^2}{c-1}$
ΑΒ	$(a-1)(b-1)$	$cn\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{Y}_{ij..}-\bar{Y}_{i...}-\bar{Y}_{.j..}+\bar{Y}_{....})^2$	AT_{AB}/BE_{AB}	$MT_{AB}/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{cn\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\alpha\beta_{ij})^2}{(a-1)(b-1)}$
ΑΓ	$(a-1)(c-1)$	$bn\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}(\bar{Y}_{i.k.}-\bar{Y}_{i...}-\bar{Y}_{..k.}+\bar{Y}_{....})^2$	$AT_{A\Gamma}/BE_{A\Gamma}$	$MT_{A\Gamma}/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{bn\sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}(\alpha\gamma)_{ik}2}{(a-1)(c-1)}$
ΒΓ	$(b-1)(c-1)$	$an\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{v}(\bar{Y}_{.jk.}-\bar{Y}_{.j..}-\bar{Y}_{..k.}+\bar{Y}_{....})^2$	$AT_{B\Gamma}/BE_{B\Gamma}$	$MT_{B\Gamma}/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{an\sum_{j=1}^{a}\sum_{k=1}^{c}(\beta\gamma_{jk})^2}{(b-1)(c-1)}$
ΑΒΓ	$(a-1)(b-1)(c-1)$	$n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}(\bar{Y}_{ijkl}-\bar{Y}_{ij..}-\bar{Y}_{i.k.}-\bar{Y}_{.jk.}+\bar{Y}_{i...}+\bar{Y}_{.j..}+\bar{Y}_{..k.}-\bar{Y}_{....})^2$	$AT_{AB\Gamma}/BE_{AB\Gamma}$	$MT_{AB\Gamma}/MT_{\upsilon\pi}$	$\sigma^2+\frac{n\sum_{j=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}(\alpha\beta\gamma_{ijk})^2}{(a-1)(b-1)(c-1)}$
Υπόλοιπο	$abc(n-1)$	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{n}(\bar{Y}_{ijkl}-\bar{Y}_{ijk.})^2$			σ^2
Σύνολο	$abcn-1$	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{n}(Y_{ijkl}-\bar{Y}_{....})^2$			

[1] Σταθερών επιδράσεων

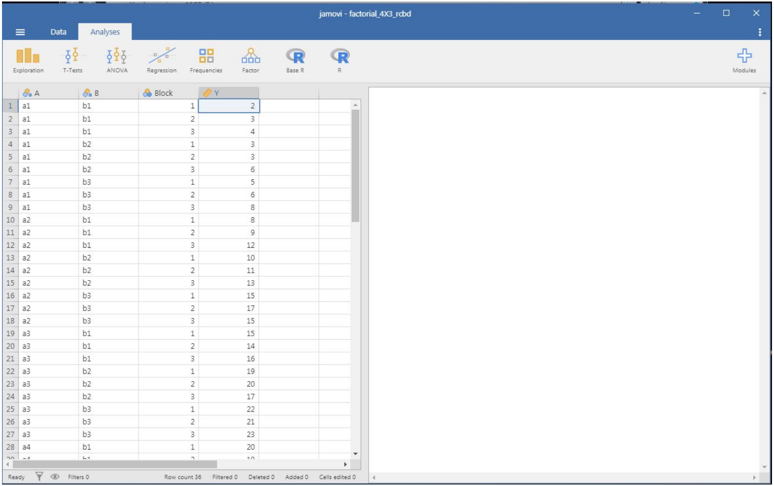


	A	B	R	Y
1	1	1	1	12
2	1	1	2	10
3	1	1	3	8
4	1	1	4	8
5	1	2	1	12
6	1	2	2	16
7	1	2	3	17
8	1	2	4	19
9	1	3	1	13
10	1	3	2	16
11	1	3	3	15
12	1	3	4	18
13	2	1	1	5
14	2	1	2	8
15	2	1	3	7
16	2	1	4	4
17	2	2	1	9
18	2	2	2	8
19	2	2	3	8
20	2	2	4	9
21	2	3	1	15
22	2	3	2	16
23	2	3	3	16
24	2	3	4	13

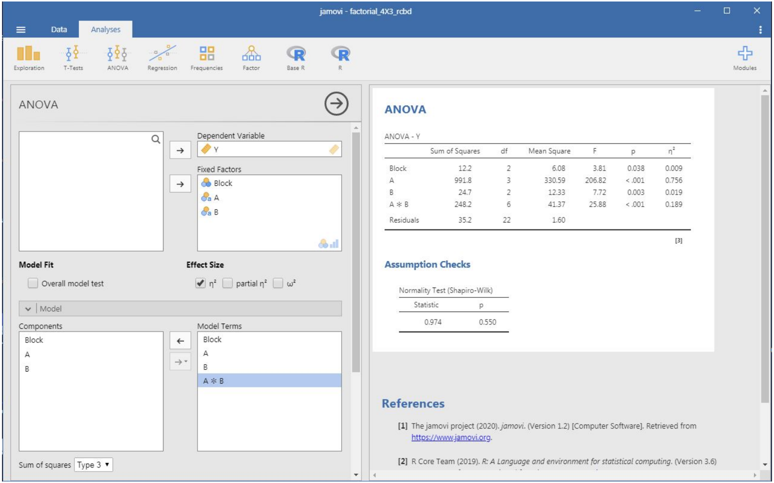

jamovi - factorial_2X3_crd
Data
Analyses
Exploration
T-Tests
ANOVA
Regression
Frequencies
Factor
Base R
R
Modules
ANOVA
R
Dependent Variable
Y
Fixed Factors
A
B
Model Fit
Overall model test
Effect Size
η²
partial η²
ω²
Model
Assumption Checks
Homogeneity test
Normality test
Q-Q Plot
Contrasts
Post Hoc Tests
Estimated Marginal Means
ANOVA
ANOVA - Y
Sum of Squares df Mean Square F p η²
A 88.2 1 88.17 23.69 < .001 0.204
B 228.0 2 114.00 30.63 < .001 0.527
A ✻ B 49.3 2 24.67 6.63 0.007 0.114
Residuals 67.0 18 3.72
[3]
Assumption Checks
Homogeneity of Variances Test (Levene's)
F df1 df2 p
1.01 5 18 0.440
[3]
Normality Test (Shapiro-Wilk)
Statistic p
0.975 0.788
References

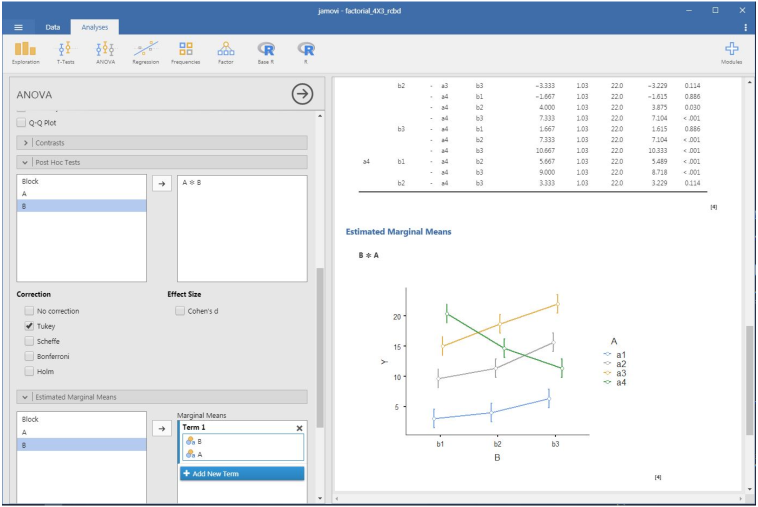


1	1	-	1	2	−6.500	1.36	18.0	−4.765	0.002
		-	1	3	−6.000	1.36	18.0	−4.398	0.004
		-	2	1	3.500	1.36	18.0	2.566	0.157
		-	2	2	1.000	1.36	18.0	0.733	0.975
		-	2	3	−5.500	1.36	18.0	−4.032	0.009
	2	-	1	3	0.500	1.36	18.0	0.367	0.999
		-	2	1	10.000	1.36	18.0	7.330	< .001
		-	2	2	7.500	1.36	18.0	5.498	< .001
		-	2	3	1.000	1.36	18.0	0.733	0.975
	3	-	2	1	9.500	1.36	18.0	6.964	< .001
		-	2	2	7.000	1.36	18.0	5.131	< .001
		-	2	3	0.500	1.36	18.0	0.367	0.999
2	1	-	2	2	−2.500	1.36	18.0	−1.833	0.471
		-	2	3	−9.000	1.36	18.0	−6.597	< .001
	2	-	2	3	−6.500	1.36	18.0	−4.765	0.002



	A	B	Block	Y
1	a1	b1	1	2
2	a1	b1	2	3
3	a1	b1	3	4
4	a1	b2	1	3
5	a1	b2	2	3
6	a1	b2	3	6
7	a1	b3	1	5
8	a1	b3	2	6
9	a1	b3	3	8
10	a2	b1	1	8
11	a2	b1	2	9
12	a2	b1	3	12
13	a2	b2	1	10
14	a2	b2	2	11
15	a2	b2	3	13
16	a2	b3	1	15
17	a2	b3	2	17
18	a2	b3	3	15
19	a3	b1	1	15
20	a3	b1	2	14
21	a3	b1	3	16
22	a3	b2	1	19
23	a3	b2	2	20
24	a3	b2	3	17
25	a3	b3	1	22
26	a3	b3	2	21
27	a3	b3	3	23
28	a4	b1	1	20


jamovi - factorial_4X3_rcbd
Data
Analyses
Exploration
T-Tests
ANOVA
Regression
Frequencies
Factor
Base R
R
Modules
ANOVA
Dependent Variable
Y
Fixed Factors
Block
A
B
Model Fit
Overall model test
Effect Size
η²
partial η²
ω²
Model
Components
Block
A
B
Model Terms
Block
A
B
A ✻ B
Sum of squares
Type 3
ANOVA
ANOVA - Y
Sum of Squares df Mean Square F p η²
Block 12.2 2 6.08 3.81 0.038 0.009
A 991.8 3 330.59 206.82 < .001 0.756
B 24.7 2 12.33 7.72 0.003 0.019
A ✻ B 248.2 6 41.37 25.88 < .001 0.189
Residuals 35.2 22 1.60
[3]
Assumption Checks
Normality Test (Shapiro-Wilk)
Statistic p
0.974 0.550
References
[1] The jamovi project (2020). jamovi. (Version 1.2) [Computer Software]. Retrieved from https://www.jamovi.org.
[2] R Core Team (2019). R: A Language and environment for statistical computing. (Version 3.6)


jamovi - factorial_4X3_rcbd
Data
Analyses
Exploration
T-Tests
ANOVA
Regression
Frequencies
Factor
Base R
R
Modules
ANOVA
Q-Q Plot
Contrasts
Post Hoc Tests
Block
A
B
A ✻ B
Correction
No correction
Tukey
Scheffe
Bonferroni
Holm
Effect Size
Cohen's d
Estimated Marginal Means
Marginal Means
Term 1
Add New Term
b2 - a3 b3 −3.333 1.03 22.0 −3.229 0.114
- a4 b1 −1.667 1.03 22.0 −1.615 0.886
- a4 b2 4.000 1.03 22.0 3.875 0.030
- a4 b3 7.333 1.03 22.0 7.104 < .001
b3 - a4 b1 1.667 1.03 22.0 1.615 0.886
- a4 b2 7.333 1.03 22.0 7.104 < .001
- a4 b3 10.667 1.03 22.0 10.333 < .001
a4 b1 - a4 b2 5.667 1.03 22.0 5.489 < .001
- a4 b3 9.000 1.03 22.0 8.718 < .001
b2 - a4 b3 3.333 1.03 22.0 3.229 0.114
[4]
Estimated Marginal Means
B ✻ A
Y
20
15
10
5
b1
b2
b3
B
A
a1
a2
a3
a4
[4]