Γεωργικός Πειραματισμός

8ο Εργαστήριο

Αναστάσιος Κατσιλέρος

Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Εργαστήριο Βελτίωσης Φυτών και Γεωργικού Πειραματισμού

katsileros@aua.gr

Αθήνα 2022

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

Σχέδιο Λατινικού Τετραγώνου

Το **Λατινικό Τετράγωνο** (Latin Square) είναι ένας πειραματικός σχεδιασμός που πρωτοεφαρμόστηκε το 1920 από τον Fisher σε γεωργικά πειράματα και επιτρέπει τον ταυτόχρονο έλεγχο δύο πηγών παραλλακτικότητας. Με το σχέδιο του λατινικού τετραγώνου, ο ερευνητής κάνει διπλή ομαδοποίηση των πειραματικών μονάδων, σε ομάδες-**σειρές** (rows) και ομάδες-**στήλες** (columns) και ταξινομεί τις επεμβάσεις στις πειραματικές μονάδες έτσι ώστε κάθε επέμβαση να εμφανίζεται μόνο μία φορά σε κάθε σειρά και στήλη.

Ο αριθμός των επαναλήψεων ισούται με τον αριθμό των επεμβάσεων και προσδιορίζει το μέγεθος (nXn) ή την τάξη (n) του λατινικού τετραγώνου.

Το μειονέκτημα του λατινικού τετράγωνου είναι ότι οι βαθμοί ελευθερίας του σφάλματος είναι λιγότεροι σε σχέση με τα προηγούμενα πειραματικά σχέδια Ε.Τ.Σ. και Τ.Π.Ο. και ότι ο αριθμός των επεμβάσεων δεν μπορεί να είναι πολύ μεγάλος και συνήθως κυμαίνεται μεταξύ 4 με 8.

Κατασκευή Λατινικού Τετραγώνου

Η κατασκευή ενός λατινικού τετραγώνου μπορεί να γίνει με πολλούς διαφορετικούς τρόπους ή να χρησιμοποιηθεί ειδικό λογισμικό.
Ένας απλός τρόπος κατασκευής ενός Λατινικού Τετραγώνου είναι η δημιουργία της πρώτης γραμμής τοποθετώντας τα γράμματα σε τυχαία σειρά και στην συνέχεια η μετακίνηση της πρώτης γραμμής προς τα δεξιά ή τα αριστερά κατά 1, 2,.., n-1 θέσεις ώστε να δημιουργηθούν οι υπόλοιπες γραμμές.

3	2	1	4
2	1	4	3
1	4	3	2
4	3	2	1

Το πλήθος των Λατινικών Τετραγώνων τάξης n, δίνεται από τον τύπο:

$$L_n = n!(n-1)!R_n$$

όπου R_n είναι το πλήθος των μειωμένων ή κανονικών λατινικών τετραγώνων στα οποία η πρώτη γραμμή και στήλη είναι σε φυσική σειρά. Στο λατινικό τετράγωνο μεγέθους 3 (3X3), υπάρχει ένα μόνο κανονικό τετράγωνο R_n στο οποίο η πρώτη γραμμή και στήλη είναι σε φυσική σειρά (1,2,3), ενώ το πλήθος των λατινικών τετραγώνων ισούται με $L_n = 3!(3-1)!1 = 12$.

1	2	3
2	3	1
3	1	2

Στο λατινικό τετράγωνο μεγέθους 4, υπάρχουν τέσσερα κανονικά τετράγωνα και το πλήθος των λατινικών τετραγώνων ισούται με $L_n = 4!(4-1)!4 = 576$.

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	2	1
4	3	1	2

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

1	2	3	4
2	4	1	3
3	1	4	2
4	3	2	1

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

Το γραμμικό πρότυπο για το σχέδιο του λατινικού τετραγώνου, είναι το εξής:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_k + \epsilon_{ijk}$$

όπου Y_{ijk} η παρατήρηση στην i επέμβαση, j σειρά και k στήλη
μ ο γενικός μέσος του πληθυσμού
τ_i η επίδραση της i επέμβασης
β_j η επίδραση της j σειράς
γ_k η επίδραση της k στήλης
ϵ_{ijk} το πειραματικό σφάλμα, $N(0, \sigma^2)$

Προϋποθέσεις της ανάλυσης της διακύμανσης στο σχέδιο Λ.Τ., είναι οι εξής:

α) Οι πληθυσμοί από τους οποίους προέρχεται κάθε επέμβαση ακολουθούν την κανονική κατανομή.
β) Οι διακυμάνσεις των πληθυσμών είναι ίσες.
γ) Οι παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.
δ) Δεν υπάρχει αλληλεπίδραση των επεμβάσεων με τις σειρές και τις στήλες.

Πηγή Παρ/τας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Τετράγωνο	Δοκιμασία F	ΘΣΜΤ[1]
Επεμβάσεις	$p-1$	$p\sum_{i=1}^{p}(\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}_{...})^2$	$AT\varepsilon\pi/BE\varepsilon\pi$	$MT\varepsilon\pi/MT\upsilon\pi$	$\sigma_\varepsilon^2+\frac{p\sum_{i=1}^{p}\tau_i^2}{p-1}$
Σειρές	$p-1$	$p\sum_{j=1}^{p}(\bar{Y}_{.j.}-\bar{Y}_{...})^2$	$AT\beta/BE\beta$	$MT\beta/MT\upsilon\pi$	$\sigma_\varepsilon^2+\frac{p\sum_{i=1}^{p}\beta_i^2}{p-1}$
Στήλες	$p-1$	$p\sum_{j=1}^{p}(\bar{Y}_{..k}-\bar{Y}_{...})^2$	$AT\gamma/BE\gamma$	$MT\gamma/MT\upsilon\pi$	$\sigma_\varepsilon^2+\frac{p\sum_{i=1}^{p}\gamma_i^2}{p-1}$
Υπόλοιπο	$(p-1)(p-2)$	$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}(Y_{ijk}-\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}_{.j.}-\bar{Y}_{..k}+2\bar{Y}_{...})$	$AT\upsilon\pi/BE\upsilon\pi$		σ_ε^2
Σύνολο	p^2-1	$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}(Y_{ijk}-\bar{Y}_{...})^2$			

[1] Θεωρητική Σύσταση Μέσου Τετραγώνου με σταθερές επιδράσεις

Παράδειγμα 10. (Lsq.txt) Μελετήθηκε η απόδοση πέντε υβριδίων τομάτας (λατινικά γράμματα) σε ένα θερμοκήπιο, σε σχέδιο Λατινικού Τετραγώνου (στήλες-θερμοκρασία, σειρές-φωτισμός). Η τυχαιοποίηση έγινε με την χρήση λογισμικού πακέτου και η πειραματική διάταξη των επεμβάσεων μαζί με τα αποτελέσματα είναι η εξής:

	Θερμοκρασία				
Φωτισμός	1	2	3	4	5
1	III 19	II 15	I 10	V 11	IV 22
2	IV 13	V 13	III 22	I 6	II 14
3	II 10	I 8	IV 17	III 21	V 14
4	I 7	IV 15	V 13	II 13	III 23
5	V 12	III 18	II 12	IV 19	I 8

	Θερμοκρασία						
Φωτισμός	1	2	3	4	5	$Y_{..k}$	$Y_{i..}$
1	III 19	II 15	I 10	V 11	IV 22	77	$Y_{1..} = 39$
2	IV 13	V 13	III 22	I 6	II 14	68	$Y_{2..} = 64$
3	II 10	I 8	IV 17	III 21	V 14	70	$Y_{3..} = 103$
4	I 7	IV 15	V 13	II 13	III 23	71	$Y_{4..} = 86$
5	V 12	III 18	II 12	IV 19	I 8	69	$Y_{5..} = 66$
$Y_{.j.}$	61	69	74	70	81	(=355)	

Διατύπωση υποθέσεων:

Μηδενική υπόθεση $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$
Εναλλακτική υπόθεση $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4 \neq \mu_5$

Υπολογισμός διορθωτικού όρου:

$$\Delta O = \frac{Y_{...}^2}{p^2} = \frac{355^2}{25} = 5041$$

Υπολογισμός συνολικού αθροίσματος τετραγώνου:

$$AT\sigma\upsilon\nu = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\sum_{k=1}^{p} Y_{ijk}^2 - \Delta O = 19^2 + ... + 8^2 - 5041 = 572$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου των επεμβάσεων:

$$AT\varepsilon\pi = \sum_{i=1}^{p} \frac{Y_{i..}^2}{p} - \Delta O = \frac{39^2 + 64^2 + 103^2 + 86^2 + 66^2}{5} - 5041 =$$

$$= 477,2$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου των σειρών:

$$AT\sigma\varepsilon\iota\rho = \sum_{j=1}^{p} \frac{Y_{.j.}^2}{p} - \Delta O = \frac{77^2 + 68^2 + 70^2 + 71^2 + 69^2}{5} - 5041 = 10$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου των στηλών:

$$AT\sigma\tau\eta\lambda = \sum_{k=1}^{p} \frac{Y_{..k}^2}{p} - \Delta O = \frac{61^2 + 69^2 + 74^2 + 70^2 + 81^2}{5} - 5041 =$$

$$= 42,8$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου του υπολοίπου:

$$AT\upsilon\pi = AT\sigma\upsilon\nu - AT\varepsilon\pi - AT\sigma\varepsilon\iota\rho - AT\sigma\tau\eta\lambda =$$

$$= 572 - 477,2 - 10 - 42,8 = 42$$

Πηγή Παρ/τας	**Βαθμοί Ελευθερίας**	**Άθροισμα Τετραγώνων**	**Μέσο Τετράγωνο**	**Δοκιμασία F**	**Κρίσιμη τιμή F**
Επεμβάσεις	4	477,2	119,3	34,086***	3,25
Ομάδα-Σειρές	4	10	2,5	$0,714^{ns}$	3,25
Ομάδα-Στήλες	4	42,8	10,7	$3,057^{ns}$	3,25
Υπόλοιπο	12	42	3,5		
Σύνολο	24	572			

Επειδή η τιμή F πειράματος (34,086) είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή του F (3,25), απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και επομένως οι επεμβάσεις διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους.

Υπολογισμός συντελεστή προσδιορισμού R^2 (coefficient of determination)

$$R^2 = \frac{AT_{\mu o \nu \tau.}}{AT_{\sigma \upsilon \nu.}} = \frac{AT_{\varepsilon \pi \varepsilon \mu \beta.} + AT_{\sigma \varepsilon \iota \rho.} + AT_{\sigma \tau.}}{AT_{\sigma \upsilon \nu.}} = \frac{530}{572} = 0,926$$

Χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο μοντέλο (Λ.Τ.), εξηγήθηκε το 92,6% της συνολικής παραλλακτικότητας.

Υπολογισμός συντελεστή παραλλακτικότητας $CV\%$

$$CV = \frac{\sqrt{MT_{\upsilon\pi}}}{\bar{Y}_{..}} = \frac{\sqrt{3,5}}{14,2} = 0,132$$

Ο συντελεστής παραλλακτικότητας CV% του πειράματος είναι 13,2%.

Υπολογισμός έντιμης σημαντικής διαφοράς του Tukey για την σύγκριση των μέσων των επεμβάσεων.

$$HSD = q_{a,pmax,BE\upsilon\pi} \cdot \sqrt{\frac{MT\upsilon\pi}{p}} = 4,51 \cdot \sqrt{\frac{3,5}{5}} = 3,77$$

Επέμβαση	**Μέση τιμή**	
III	20,6	a
IV	17,2	a
II	12,8	b
V	12,6	b
I	7,8	c

Απώλεια Παρατηρήσεων

Η τιμή της παρατήρησης που λείπει υπολογίζεται ως :

$$X = \frac{p(Y_{i..} + Y_{.j.} + Y_{..k}) - 2Y_{...}}{(p-1)(p-2)}$$

όπου p ο αριθμός των επεμβάσεων, $Y_{i..}$ το σύνολο των τιμών της επέμβασης από όπου λείπει η παρατήρηση,
$Y_{..k}$ το σύνολο των τιμών της στήλης από όπου λείπει η παρατήρηση,
$Y_{.j.}$ το σύνολο των τιμών της σειράς από όπου λείπει η παρατήρηση και
$Y_{...}$ το σύνολο των τιμών του πειράματος.

Όταν υπάρχει απώλεια παρατήρησης, το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων των επεμβάσεων, που από την μία λείπει μία παρατήρηση, δίνεται από τον τύπο:

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{s^2\left(\frac{2}{p} + \frac{1}{(p-1)(p-2)}\right)}$$

Επαναλήψεις Λατινικών Τετραγώνων

Επειδή σε πειράματα με μικρό αριθμό επεμβάσεων που ακολουθούν το σχέδιο του Λατινικού Τετραγώνου οι βαθμοί ελευθερίας του υπολοίπου είναι λίγοι, μπορούν να γίνουν περισσότερες από μία επαναλήψεις του σχεδίου έτσι ώστε να αυξηθούν οι βαθμοί ελευθερίας.

Επαν. 1η

Α	Γ	Β
Γ	Β	Α
Β	Α	Γ

Επαν. 2η

Γ	Α	Β
Β	Γ	Α
Α	Β	Γ

Επαν. 3η

Α	Β	Γ
Β	Γ	Α
Γ	Α	Β

Ελληνο-Λατινικά Τετραγώνα

Οι σχεδιασμοί των Ελληνο-Λατινικών Τετραγώνων (Graeco-Latin Squares) είναι αποτελεσματικοί για τον έλεγχο τριών πηγών παραλλακτικότητας. Δημιουργούνται από την ένωση δύο ορθογωνίων λατινικών τετράγωνών από τα οποία στο δεύτερο τετράγωνο, τα λατινικά γράμματα έχουν αντικατασταθεί από ελληνικά γράμματα. Στο σχέδιο αυτό οι τρεις πηγές παραλλακτικότητας ελέγχονται με σειρές, στήλες και ελληνικά γράμματα.

A	B	C	D
D	C	B	A
B	A	D	C
C	D	A	B

$+$

α	β	γ	δ
γ	δ	α	β
δ	γ	β	α
β	α	δ	γ

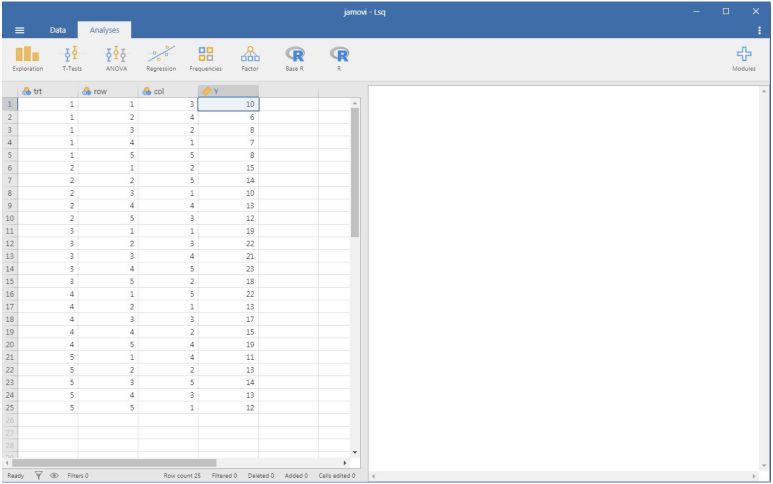
$=$

Aα	Bβ	Cγ	Dδ
Dγ	Cδ	Bα	Aβ
Bδ	Aγ	Dβ	Cα
Cβ	Dα	Aδ	Bγ

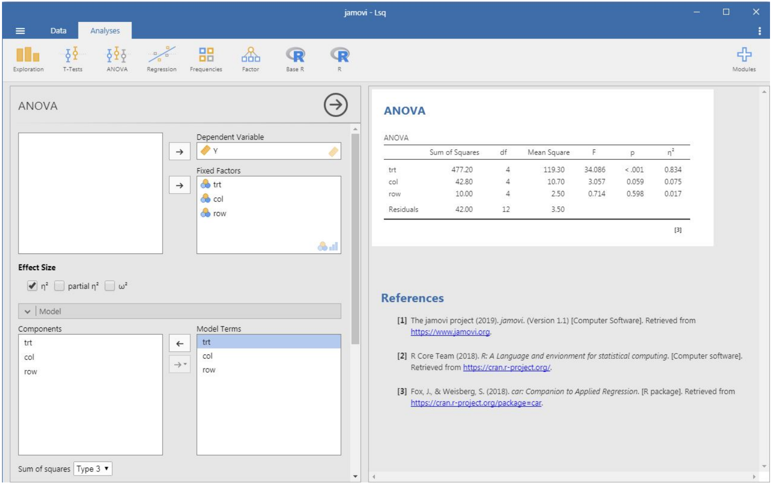
Το γραμμικό πρότυπο για το Ελληνό-Λατινικό Τετράγωνο, είναι το εξής:

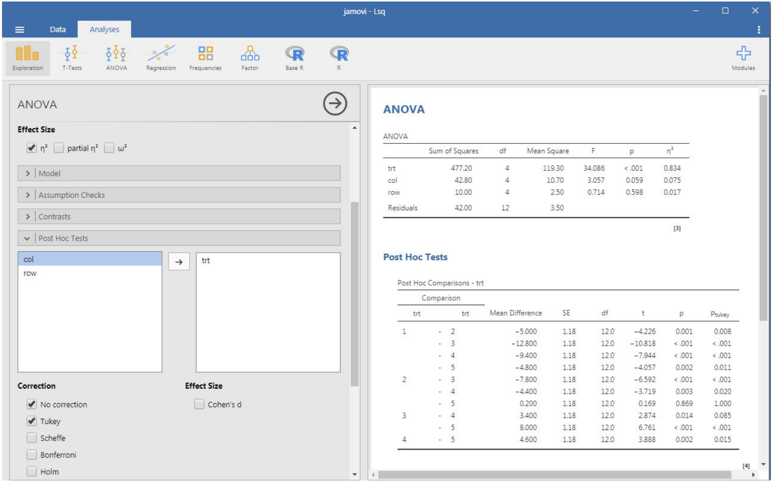
$$Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \beta_k + \gamma_l + \varepsilon_{ijkl} \tag{1}$$

όπου Y_{ijkl} η παρατήρηση στην i επέμβαση, j σειρά, k στήλη και l ελληνικό γράμμα
μ ο μέσος όρος του πληθυσμού
τ_i η επίδραση της i επέμβασης (λατινικά γράμματα)
α_j η επίδραση της j σειράς
β_k η επίδραση της k στήλης
γ_l η επίδραση του l ελληνικού γράμματος
ε_{ijkl} το πειραματικό σφάλμα, $N(0, \sigma_e^2)$



	trt	row	col	Y
1	1	1	3	10
2	1	2	4	6
3	1	3	2	8
4	1	4	1	7
5	1	5	5	8
6	2	1	2	15
7	2	2	5	14
8	2	3	1	10
9	2	4	4	13
10	2	5	3	12
11	3	1	1	19
12	3	2	3	22
13	3	3	4	21
14	3	4	5	23
15	3	5	2	18
16	4	1	5	22
17	4	2	1	13
18	4	3	3	17
19	4	4	2	15
20	4	5	4	19
21	5	1	4	11
22	5	2	2	13
23	5	3	5	14
24	5	4	3	13
25	5	5	1	12


jamovi - Lsq
Data
Analyses
Exploration
T-Tests
ANOVA
Regression
Frequencies
Factor
Base R
R
Modules
ANOVA
Dependent Variable
Y
Fixed Factors
trt
col
row
Effect Size
η²
partial η²
ω²
Model
Components
trt
col
row
Model Terms
trt
col
row
Sum of squares
Type 3
ANOVA
ANOVA
Sum of Squares df Mean Square F p η²
trt 477.20 4 119.30 34.086 < .001 0.834
col 42.80 4 10.70 3.057 0.059 0.075
row 10.00 4 2.50 0.714 0.598 0.017
Residuals 42.00 12 3.50
[3]
References
[1] The jamovi project (2019). jamovi. (Version 1.1) [Computer Software]. Retrieved from https://www.jamovi.org.
[2] R Core Team (2018). R: A Language and envionment for statistical computing. [Computer software]. Retrieved from https://cran.r-project.org/.
[3] Fox, J., & Weisberg, S. (2018). car: Companion to Applied Regression. [R package]. Retrieved from https://cran.r-project.org/package=car.



ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η²
trt	477.20	4	119.30	34.086	< .001	0.834
col	42.80	4	10.70	3.057	0.059	0.075
row	10.00	4	2.50	0.714	0.598	0.017
Residuals	42.00	12	3.50			

[3]

Post Hoc Comparisons - trt

Comparison								
trt		trt	Mean Difference	SE	df	t	p	p_{tukey}
1	-	2	−5.000	1.18	12.0	−4.226	0.001	0.008
	-	3	−12.800	1.18	12.0	−10.818	< .001	< .001
	-	4	−9.400	1.18	12.0	−7.944	< .001	< .001
	-	5	−4.800	1.18	12.0	−4.057	0.002	0.011
2	-	3	−7.800	1.18	12.0	−6.592	< .001	< .001
	-	4	−4.400	1.18	12.0	−3.719	0.003	0.020
	-	5	0.200	1.18	12.0	0.169	0.869	1.000
3	-	4	3.400	1.18	12.0	2.874	0.014	0.085
	-	5	8.000	1.18	12.0	6.761	< .001	< .001
4	-	5	4.600	1.18	12.0	3.888	0.002	0.015

[4]