

Γεωργικός Πειραματισμός

6ο Εργαστήριο

Αναστάσιος Κατσιλέρος

Γεωπονικό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Εργαστήριο Βελτίωσης Φυτών και Γεωργικού Πειραματισμού

katsileros@aua.gr

Αθήνα 2020

Το βασικό πειραματικό σχέδιο για την σύγκριση δύο ή περισσότερων επεμβάσεων είναι το **εντελώς τυχαιοποιημένο** (completely randomized design). Όταν οι συνθήκες διεξαγωγής του πειράματος είναι ελεγχόμενες και σταθερές και οι πειραματικές μονάδες είναι ομοιογενείς, το σχέδιο αυτό αποτελεί την καλύτερη επιλογή για τον ερευνητή.

Η στατιστική ανάλυση του σχεδίου είναι απλή, δεν υπάρχουν περιορισμοί στον αριθμό των επεμβάσεων και των επαναλήψεων, ενώ οι επεμβάσεις μπορεί να έχουν διαφορετικό αριθμό επαναλήψεων. Το πλεονέκτημα του σχεδίου είναι ότι διαθέτει τους περισσότερους βαθμούς ελευθερίας για την εκτίμηση του πειραματικού σφάλματος σε σχέση με τα υπόλοιπα σχέδια, ενώ το μειονεκτήματα είναι ότι όταν υπάρχει ανομοιογένεια μεταξύ των πειραματικών μονάδων, μειώνεται η πειραματική ακρίβεια.

Στο εντελώς τυχαιοποιημένο σχέδιο οι επεμβάσεις ταξινομούνται στις πειραματικές μονάδες με εντελώς τυχαίο τρόπο. Η τυχαιοποίηση μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους, όπως τη χρήση των πινάκων τυχαίων αριθμών, με κλήρωση, με ειδικά λογισμικά προγράμματα κ.α..

Διαδικασία τυχαιοποίησης με πίνακες τυχαίων αριθμών

α) Αρχικά καθορίζεται ο αριθμός N των πειραματικών μονάδων.

β) Γίνεται απαρίθμηση των πειραματικών μονάδων.

1		2		3		4		5	
6		7		8		9		10	
11		12		13		14		15	
16		17		18		19		20	

γ) Από μία οποιοδήποτε περιοχή του πίνακα των τυχαίων αριθμών επιλέγονται 20 συνεχόμενοι αριθμοί.

δ) Οι επιλεγμένοι τυχαίοι αριθμοί τοποθετούνται με την σειρά που καταγράφηκαν, στα τεμάχια ξεκινώντας από το πρώτο.

1	52153	2	82147	3	19478	4	94297	5	3159
6	95365	7	6118	8	80496	9	31208	10	76281
11	93181	12	54878	13	26346	14	61009	15	53573
16	54976	17	7231	18	99823	19	17721	20	45759

- ε) Στην συνέχεια οι τυχαίοι αριθμοί διατάσσονται σε αύξουσα ή φθίνουσα σειρά και τους δίνεται μια σειρά κατάταξης.
- ζ) Ορίζεται ότι οι τυχαίοι αριθμοί με σειρά κατάταξης από 1 μέχρι 5 θα δεχθούν την Α επέμβαση, οι κατατάξεις από 6 μέχρι 10 θα δεχθούν την Β επέμβαση κ.ο.κ..

Σειρά κατάταξης	Τυχαίος Αριθμός	Πειραματικό τεμάχιο	Σειρά κατάταξης	Τυχαίος Αριθμός	Πειραματικό τεμάχιο
1	3159	5	11	54878	12
2	6118	7	12	54976	16
3	7231	17	13	61009	14
4	17721	19	14	76281	10
5	19478	3	15	80496	8
6	26346	13	16	82147	2
7	31208	9	17	93181	11
8	45759	20	18	94297	4
9	52153	1	19	95365	6
10	53573	15	20	99823	18

Επομένως το πειραματικό σχέδιο είναι το εξής:

1	52153 B	2	82147 D	3	19478 A	4	94297 D	5	3159 A
6	95365 D	7	6118 A	8	80496 C	9	31208 B	10	76281 C
11	93181 D	12	54878 C	13	26346 B	14	61009 C	15	53573 B
16	54976 C	17	7231 A	18	99823 D	19	17721 A	20	45759 B

Το γραμμικό πρότυπο για το εντελώς τυχαιοποιημένο σχέδιο, είναι το εξής:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij} \quad (1)$$

όπου Y_{ij} η j παρατήρηση της i επέμβασης

μ ο γενικός μέσος του πληθυσμού

τ_i η επίδραση της i επέμβασης

ϵ_{ij} το πειραματικό σφάλμα, $N(0, \sigma^2)$

Προϋποθέσεις της ανάλυσης της διακύμανσης είναι οι πληθυσμοί από τους οποίους προήλθε κάθε επέμβαση να ακολουθούν την κανονική κατανομή, οι διακυμάνσεις των πληθυσμών να είναι ίσες και οι παρατηρήσεις να είναι ανεξάρτητες.

Πίνακας ανάλυσης διακύμανσης

Πηγή Παρ/τας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Τετράγωνο	Δοκιμασία F	ΘΣΜΤ ¹
Επεμβάσεις	$a - 1$	$n \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$	$AT_{\varepsilon\pi} / BE_{\varepsilon\pi}$	$MT_{\varepsilon\pi} / MT_{\nu\pi}$	$\sigma^2 + \frac{n \sum_{i=1}^a \tau_i^2}{a-1}$
Υπόλοιπο	$a(n - 1)$	$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2$	$AT_{\nu\pi} / BE_{\nu\pi}$		σ^2
Σύνολο	$an - 1$	$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2$			

¹Θεωρητική Σύσταση Μέσου Τετραγώνου με σταθερές επιδράσεις

Παράδειγμα 8. (crd.txt) Σε ένα θάλαμο σταθερών συνθηκών μελετήθηκε η επίδραση τεσσάρων διαφορετικών συγκεντρώσεων ορμόνης, στο ύψος των φυτών, με πέντε επαναλήψεις.

Η τυχαιοποίηση έγινε με χρήση ειδικού λογισμικού και η πειραματική διάταξη μαζί με τα αποτελέσματα είναι η εξής:

1	B 3	2	D 5	3	A 10	4	D 4	5	A 7
6	D 8	7	A 9	8	C 11	9	B 5	10	C 11
11	D 8	12	C 9	13	B 7	14	C 9	15	B 6
16	C 10	17	A 5	18	D 10	19	A 9	20	B 4

	Επαναλήψη						
Επέμβαση	1	2	3	4	5	$Y_{i.}$	$\bar{Y}_{i.}$
A	10	7	9	5	9	40	8
B	3	5	7	6	4	25	5
C	11	11	9	9	10	50	10
D	5	4	8	8	10	35	7
						$Y_{..} = 150$	$\bar{Y}_{..} = 7,5$

Διατύπωση υποθέσεων:

Μηδενική υπόθεση $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

Εναλλακτική υπόθεση $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4$

Υπολογισμός διορθωτικού όρου:

$$\Delta O = \frac{(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n Y_{ij})^2}{an} = \frac{Y^2}{an} = \frac{150^2}{20} = 1125$$

Υπολογισμός συνολικού αθροίσματος τετραγώνου:

$$AT_{\sigma\nu\nu} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n Y_{ij}^2 - \Delta O = 10^2 + 7^2 + \dots + 8^2 + 10^2 - 1125 = 119$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου των επεμβάσεων:

$$AT_{\varepsilon\pi} = \sum_{i=1}^a \frac{Y_{i.}^2}{n} - \Delta O = \frac{40^2 + 25^2 + 50^2 + 35^2}{5} - 1125 = 65$$

Υπολογισμός αθροίσματος τετραγώνου του υπολοίπου:

$$AT_{\nu\pi} = AT_{\sigma\nu\nu} - AT_{\varepsilon\pi} = 119 - 65 = 54$$

Πηγή Παρ/τας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσο Τετράγωνο	Δοκιμασία F	Κρίσιμη τιμή F
Επεμβάσεις	3	65	21,67	6,42 **	3,24
Υπόλοιπο	16	54	3,37		
Σύνολο	19	119			

Επειδή ο λόγος του F του πειράματος (6,42) είναι μεγαλύτερος από την κρίσιμη τιμή του πίνακα του F (3,24), απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση. Επομένως τουλάχιστον δύο επεμβάσεις διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους, σε επίπεδο σημαντικότητας 0,05.

Υπολογισμός συντελεστή προσδιορισμού R^2 (coefficient of determination)

$$R^2 = \frac{AT_{\mu\text{ον}\tau\lambda\text{ου}}}{AT_{\sigma\upsilon\nu.}} = \frac{AT_{\varepsilon\pi\epsilon\mu\beta.}}{AT_{\sigma\upsilon\nu.}} = \frac{65}{119} = 0,546$$

Χρησιμοποιώντας το συγκεκριμένο μοντέλο (Ε.Τ.Σ.), εξηγήθηκε το 54,6% της συνολικής παραλλακτικότητας.

Υπολογισμός συντελεστή παραλλακτικότητας $CV\%$

$$CV = \frac{s}{\bar{Y}_{..}} = \frac{\sqrt{MT_{v\pi}}}{\bar{Y}_{..}} = \frac{\sqrt{3,37}}{7,5} = 0,245$$

Ο συντελεστής παραλλακτικότητας $CV\%$ του πειράματος είναι 24,5%.

Εισαγωγή επεμβάσεων στο φύλλο εργασίας του Jamovi

The screenshot shows the Jamovi software interface. The top menu bar includes 'Data', 'Analyses', and 'Edit'. Below the menu bar is a toolbar with various analysis icons: Exploration, T-Tests, ANOVA, Regression, Frequencies, Factor, JStatsPlot, Base R, Randomizer, and R. The main workspace is divided into two panes. The left pane displays a data table with columns A, B, and C. The right pane shows the Jamovi logo and the text 'version 1.6.7'. The status bar at the bottom indicates 'Ready', 'Filters: 0', 'Row count: 20', 'Filtered: 0', 'Deleted: 0', 'Added: 20', and 'Cells edited: 60'.

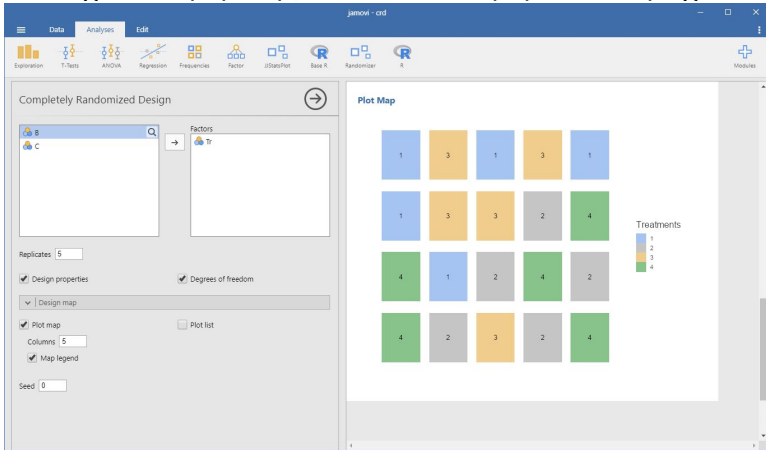
	A	B	C
1	1		
2	1		
3	1		
4	1		
5	1		
6	2		
7	2		
8	2		
9	2		
10	2		
11	3		
12	3		
13	3		
14	3		
15	3		
16	4		
17	4		
18	4		
19	4		
20	4		

Επιλογή τυχαιοποίησης σύμφωνα με το Ε.Τ.Σ.

The screenshot displays the jamovi - ord software interface. The top menu bar includes 'Data', 'Analyses', and 'Edit'. The 'Analyses' menu is open, showing options: Exploration, T-Tests, ANOVA, Regression, Frequencies, Factor, JJDataPlot, Base R, Randomizer, and R. A dropdown menu for 'Randomizer' is visible, listing 'Completely Randomized Design', 'Randomized Complete Block Design', and 'Latin Square Design'. The main workspace contains a data table with columns labeled 'Tr', 'B', and 'C'. The 'Tr' column has values 1, 2, 3, 4, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4. The 'B' column has values 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4. The 'C' column is empty. The status bar at the bottom indicates 'Ready', 'Filters: 0', 'Row count: 20', 'Filtered: 0', 'Deleted: 0', 'Added: 20', and 'Cells edited: 60'.

Tr	B	C
1	1	
2	1	
3	1	
4	1	
5	1	
6	2	
7	2	
8	2	
9	3	
10	3	
11	3	
12	3	
13	3	
14	3	
15	3	
16	4	
17	4	
18	4	
19	4	
20	4	

Τυχοποίηση επεμβάσεων στα πειραματικά τεμάχια



Εισαγωγή δεδομένων στο φύλλο εργασίας

jamovi - crd

Data Analyses

Exploration T-Tests ANOVA Regression Frequencies Factor Base R R Modules

	Tr	Y
1	1	10
2	1	7
3	1	9
4	1	5
5	1	9
6	2	3
7	2	5
8	2	7
9	2	6
10	2	4
11	3	11
12	3	11
13	3	9
14	3	9
15	3	10
16	4	5
17	4	4
18	4	8
19	4	8
20	4	10
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		

Ready Filters 0 Row count: 20 Filtered: 0 Deleted: 0 Added: 0 Cells edited: 0

Επιλογή μοντέλου και έλεγχος προϋποθέσεων

jamovi - crd

Analyses

ANOVA

Dependent Variable: Y

Fixed Factors: Tr

Model Fit

Effect Size

Assumption Checks

Homogeneity of Variances (Levene's)

F	df1	df2	p
1.98	3	16	0.158

Normality Test (Shapiro-Wilk)

Statistic	p
0.934	0.186

Q-Q Plot

Model

Assumption Checks

Homogeneity test

Normality test

Q-Q Plot

Contrasts

Post Hoc Tests

Estimated Marginal Means

Πίνακας ανάλυσης παραλλακτικότητας (Anova)

The screenshot shows the jamovi software interface. The top menu bar includes 'Data' and 'Analyses'. The 'Analyses' menu is open, showing options like Exploration, T-Tests, ANOVA, Regression, Frequencies, Factor, Base R, and R. The main workspace is titled 'ANOVA' and contains a search bar, a 'Dependent Variable' field with 'Y' selected, and a 'Fixed Factors' field with 'Tr' selected. Below these fields are sections for 'Model Fit' (Overall model test) and 'Effect Size' (eta squared, partial eta squared, omega squared). A list of options is shown on the left: Model, Assumption Checks, Contrasts, Post Hoc Tests, and Estimated Marginal Means. On the right, the 'ANOVA' results table is displayed, showing Sum of Squares, df, Mean Square, F, p, and eta squared for the 'Tr' factor and Residuals.

ANOVA

ANOVA - Y

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η^2
Tr	65.0	3	21.67	6.42	0.005	0.546
Residuals	54.0	16	3.37			

[1]

References

- [1] The jamovi project (2020). jamovi. (Version 1.2) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.
- [2] R Core Team (2019). R: A Language and environment for statistical computing. (Version 3.6) [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/>.
- [3] Fox, J., & Weisberg, S. (2018). car: Companion to Applied Regression. [R package]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/package=car>.

Η ανάλυση διακύμανσης πραγματοποιεί ένα γενικό έλεγχο της ύπαρξης διαφορών, μεταξύ δύο ή περισσότερων επεμβάσεων, παρέχοντας μία προστασία από το σφάλμα τύπου I. Εάν η στατιστική δοκιμασία του F είναι σημαντική, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και ο ερευνητής αποδέχεται ότι υπάρχουν κάποιες διαφορές μεταξύ των επεμβάσεων. Η ανάλυση διακύμανσης όμως δεν παρέχει πληροφορίες για το πως διαφέρουν οι επεμβάσεις και επομένως ο ερευνητής πρέπει να επιλέξει μία από τις μεθόδους πολλαπλών συγκρίσεων των επεμβάσεων, για να ελέγξει αυτές τις διαφορές.

Οι συγκρίσεις που γίνονται για να ελεγχούν πως διαφέρουν μεταξύ τους οι επεμβάσεις, μπορεί να είναι είτε εκ των υστέρων ή προσχεδιασμένες. Οι **εκ των υστέρων συγκρίσεις** (a posteriori) πραγματοποιούνται μετά τη γενική δοκιμασία του F και όταν αυτή είναι στατιστικά σημαντική, ενώ οι **προσχεδιασμένες συγκρίσεις** (a priori) πραγματοποιούνται ανεξάρτητα από την σημαντικότητα της γενικής δοκιμασίας του F .

Η πραγματοποίηση όμως των πολλαπλών συγκρίσεων των επεμβάσεων ανά δύο όπως έχει προαναφερθεί, αυξάνει το βαθμό σφάλματος κατά πείραμα ($\alpha_{\text{ΚΠ}}$). Για την αντιμετώπιση του αυξημένου σφάλματος τύπου Ι κατά πείραμα, οι μέθοδοι πολλαπλών συγκρίσεων αυτό που κυρίως κάνουν, είναι να μειώσουν – ‘διορθώσουν’ την κρίσιμη περιοχή απόρριψης, έτσι ώστε η πιθανότητα σφάλματος τύπου Ι ανά σύγκριση να είναι μικρή και συνεπώς ο βαθμός σφάλματος κατά πείραμα να είναι μικρότερος.

Υπάρχουν τρεις διαφορετικοί τρόποι 'διόρθωσης' της κρίσιμης περιοχής απόρριψης, η μέθοδος της Ελάχιστης Σημαντικής Διαφοράς που δεν κάνει καμία διόρθωση, οι κατά **πείραμα μέθοδοι**, όπως οι μέθοδοι Tukey, Scheffe και Bonferroni, όπου το μέγεθος της διόρθωσης είναι σταθερό και διατηρούν το βαθμό σφάλματος κατά πείραμα σε ένα καθορισμένο επίπεδο μειώνοντας με κάποιο τρόπο την πιθανότητα σφάλματος τύπου Ι ανά σύγκριση (α) και οι κατά **στρώματα μέθοδοι**, όπως οι μέθοδοι Duncan και Student-Newman-Kuel, όπου το μέγεθος της διόρθωσης δεν είναι σταθερό αλλά εξαρτάται από την απόσταση - κατάταξη των μέσων των επεμβάσεων που συγκρίνονται.

Έλεγχος Ελάχιστης Σημαντικής Διαφοράς

Ο έλεγχος της Ελάχιστης Σημαντικής Διαφοράς (Fisher's protected Least Significant Difference) δεν ελέγχει το βαθμό σφάλματος κατά πείραμα και δεν πρέπει να χρησιμοποιείται για την σύγκριση μεγάλου αριθμού επεμβάσεων.

Η διαδικασία της δοκιμασίας είναι η εξής:

- α) Αρχικά οι μέσοι διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά.
- β) Υπολογίζεται η κρίσιμη περιοχή ως εξής:

$$ΕΣΔ = t_{(BE_{v\pi, \alpha/2})} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot MT_{v\pi}}{n}}$$

γ) Συγκρίνονται οι διαφορές των μέσων ανά ζεύγη, με την ελάχιστη σημαντική διαφορά. Αν η διαφορά είναι μεγαλύτερη από την ΕΣΔ, τότε οι μέσοι διαφέρουν στατιστικά σημαντικά.

Σύγκριση των μέσων των επεμβάσεων από το παράδειγμα 7.

Υπολογισμός ελάχιστης σημαντικής διαφοράς

Από τον πίνακα t για $BEυπ=16$ και $\alpha=0,05$, βρίσκουμε ότι η τιμή του t ισούται με 2,119.

$$ΕΣΔ = 2,119 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 3,375}{5}} = 2,463$$

Επεμβάσεις	Διαφορά	Διαφ. – ΕΣΔ	
C με A	$10 - 8 = 2$	$2 < 2,46$	Μη σημαντική
C με D	$10 - 7 = 3$	$3 > 2,46$	Σημαντική
C με B	$10 - 5 = 5$	$5 > 2,46$	Σημαντική
A με D	$8 - 7 = 1$	$1 < 2,46$	Μη σημαντική
A με B	$8 - 5 = 3$	$3 > 2,46$	Σημαντική
D με B	$7 - 5 = 2$	$2 < 2,46$	Μη σημαντική

Η παρουσίαση των πολλαπλών συγκρίσεων μπορεί να γίνει σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα, όπου η ύπαρξη κοινού γράμματος μεταξύ δύο επεμβάσεων υποδηλώνει μη σημαντική διαφορά, ενώ η απουσία κοινού γράμματος, σημαντική διαφορά.

Επέμβαση	Μέση τιμή	
C	10	a
A	8	ab
D	7	bc
B	5	c

Στην περίπτωση σύγκρισης μέσων επεμβάσεων με άνισο αριθμό επαναλήψεων, η ελάχιστη σημαντική διαφορά υπολογίζεται ως εξής:

$$E\Sigma\Delta = t_{(BE_{\nu\pi,a}/2)} \cdot \sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

Στον έλεγχο Duncan, το μέγεθος της διόρθωσης εξαρτάται από τον αριθμό των μέσων των επεμβάσεων που παρεμβάλλονται μεταξύ αυτών που συγκρίνονται, όταν οι μέσες τιμές των επεμβάσεων είναι διατεταγμένες. Το επίπεδο σημαντικότητας για κάθε σύγκριση δεν είναι σταθερό αλλά διαφέρει ανάλογα με την κατάταξη και την απόσταση των μέσων των επεμβάσεων που συγκρίνονται. Όταν μέσες τιμές δύο επεμβάσεων είναι δίπλα στην κατάταξη ($p = 2$) δεν γίνεται καμία διόρθωση. Για τις υπόλοιπες συγκρίσεις ($p > 2$), η δοκιμασία βασίζεται σε μία ομάδα κρίσιμων περιοχών, των οποίων η τιμή τους εξαρτάται από την απόσταση των μέσων των επεμβάσεων που συγκρίνονται.

Η διαδικασία του ελέγχου είναι η εξής:

α) Οι μέσοι των επεμβάσεων διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά.

β) Για κάθε ζεύγος υπολογίζεται η ελάχιστη σημαντική περιοχή ως εξής:

$$ΕΣΠ = R \cdot s_{\bar{x}} = R \cdot \sqrt{\frac{MT_{\nu\pi}}{n}} \quad (2)$$

Η τιμή R υπολογίζεται από τον Πίνακα Duncan με βάση την απόσταση των μέσων στις συγκρίσεις.

Τιμή του ρ	2	3	4
Κρίσιμες τιμές R	2,998	3,144	3,235
ΕΣΠ	2,46	2,57	2,65

γ) Συγκρίνονται η διαφορά των μέσων των επεμβάσεων ανά ζεύγη, με την ελάχιστη σημαντική περιοχή. Αν η διαφορά είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη περιοχή, τότε οι μέσοι των επεμβάσεων διαφέρουν στατιστικά σημαντικά.

Επεμβάσεις	Διαφορά	Τιμή p	Διαφ. – ΕΣΠ	
C με A	$10 - 8 = 2$	2	$2 < 2,46$	Μη σημαντική
C με D	$10 - 7 = 3$	3	$3 > 2,57$	Σημαντική
C με B	$10 - 5 = 5$	4	$5 > 2,65$	Σημαντική
A με D	$8 - 7 = 1$	2	$1 < 2,46$	Μη σημαντική
A με B	$8 - 5 = 3$	3	$3 > 2,57$	Σημαντική
D με B	$7 - 5 = 2$	2	$2 < 2,46$	Μη σημαντική

Στον έλεγχο Student–Newman–Keul (SNK) το μέγεθος της διόρθωσης εξαρτάται από την κατάταξη των μέσων των επεμβάσεων και είναι πιο συντηρητική από την δοκιμασία Duncan. Όταν οι μέσες τιμές των επεμβάσεων είναι δίπλα στην κατάταξη ($p = 2$) δεν γίνεται καμία διόρθωση, ενώ για τις υπόλοιπες συγκρίσεις μέσων που δεν είναι δίπλα στην κατάταξη ($p > 2$), η δοκιμασία βασίζεται πάλι σε μία ομάδα κρίσιμων περιοχών και η διόρθωση γίνεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε ο βαθμός σφάλματος κατά σύγκριση ακόμα και στην περίπτωση των δύο ακραίων μέσων να είναι α .

Η διαδικασία της δοκιμασίας SNK, είναι η εξής:

α) Οι μέσοι των επεμβάσεων διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά.

β) Για κάθε ζεύγος υπολογίζεται η κρίσιμη περιοχή ως εξής:

$$ΚΠ = q_{a,p,BEv\pi} \cdot s_{\bar{x}} = q_{a,p,BEv\pi} \cdot \sqrt{\frac{MT_{v\pi}}{n}} \quad (3)$$

Τιμή του p	2	3	4
Κρίσιμες τιμές $q_{a,p,BEv\pi}$	2,99	3,65	4,05
SNK	2,46	2,99	3,32

γ) Συγκρίνονται οι διαφορές των μέσων τιμών των επεμβάσεων ανά ζεύγη, με την κρίσιμη περιοχή.

Επεμβάσεις	Διαφορά	Τιμή p	Διαφ. – ΚΠ	
C με A	$10 - 8 = 2$	2	$2 < 2,46$	Μη σημαντική
C με D	$10 - 7 = 3$	3	$3 > 2,99$	Σημαντική
C με B	$10 - 5 = 5$	4	$5 > 3,32$	Σημαντική
A με D	$8 - 7 = 1$	2	$1 < 2,46$	Μη σημαντική
A με B	$8 - 5 = 3$	3	$3 > 2,99$	Σημαντική
D με B	$7 - 5 = 2$	2	$2 < 2,46$	Μη σημαντική

Ο έλεγχος Tukey ή έντιμης σημαντικής διαφοράς (HSD, Honest Significant Difference) διατηρεί το βαθμό σφάλματος κατά πείραμα σε ένα καθορισμένο επίπεδο, μειώνοντας το βαθμό σφάλματος ανά σύγκριση. Η πιθανότητα για σφάλμα τύπου I χρησιμοποιώντας τη δοκιμασία του Tukey, είναι α .

Η διαδικασία της δοκιμασίας Tukey, είναι η εξής:

α) Αρχικά οι μέσοι των επεμβάσεων διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά.

β) Υπολογίζεται η έντιμη σημαντική διαφορά ως εξής:

$$HSD = q_{a, pmax, BE_{\nu\pi}} \cdot s_{\bar{x}} = q_{a, pmax, BE_{\nu\pi}} \cdot \sqrt{\frac{MT_{\nu\pi}}{n}}$$

Το q υπολογίζεται από τον Πίνακα Q Tukey (Studentized Range Distribution).

γ) Συγκρίνονται οι διαφορές των μέσων τιμών των επεμβάσεων ανά ζεύγη, με την ελάχιστη σημαντική διαφορά.

Η κρίσιμη περιοχή υπολογίζεται ως εξής:

Από τον πίνακα Q για $\alpha = 4$, ΒΕυπ=16 και $\alpha=0,05$, βρίσκουμε ότι η τιμή του q ισούται με 4,05.

$$HSD = 4,05 \cdot \sqrt{\frac{3,375}{5}} = 3,32$$

Επεμβάσεις	Διαφορά	Διαφ. – HSD	
C με A	$10 - 8 = 2$	$2 < 3,32$	Μη σημαντική
C με D	$10 - 7 = 3$	$3 < 3,32$	Μη σημαντική
C με B	$10 - 5 = 5$	$5 > 3,32$	Σημαντική
A με D	$8 - 7 = 1$	$1 < 3,32$	Μη σημαντική
A με B	$8 - 5 = 3$	$3 < 3,32$	Μη σημαντική
D με B	$7 - 5 = 2$	$2 < 3,32$	Μη σημαντική

Η παρουσίαση των πολλαπλών συγκρίσεων σε πίνακα κοινών γραμμάτων, με τον έλεγχο Tukey.

Επέμβαση	Μέση τιμή	
C	10	a
A	8	ab
D	7	ab
B	5	b

Ο έλεγχος Bonferroni για να διατηρήσει σταθερό το σφάλμα κατά πείραμα, υπολογίζει ένα νέο α κατά σύγκριση. Αν a είναι ο αριθμός των επεμβάσεων, υπάρχουν $k = \frac{a(a-1)}{2}$ δυνατές συγκρίσεις ζευγών μέσων και η κάθε σύγκριση γίνεται σε επίπεδο σημαντικότητας α/k .

Η διαδικασία της δοκιμασίας Bonferroni, είναι η εξής:

α) Οι μέσοι των επεμβάσεων διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά.

β) Υπολογίζεται η κρίσιμη περιοχή ως εξής:

$$ΚΠ = t_{(a/2k, BEv\pi)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot MTv\pi}{n}} \quad (4)$$

γ) Συγκρίνονται οι διαφορές των μέσων τιμών των επεμβάσεων ανά ζεύγη, με την ελάχιστη σημαντική διαφορά.

Αρχικά υπολογίζεται ο αριθμός των συγκρίσεων και η τιμή t :

$$k = \frac{4(3-1)}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$t_{(a/2k, BE\pi)} = t_{((0.05/6)/2, 16)} = t_{((0.0083/2, 16))} = 3,01$$

Η κρίσιμη περιοχή υπολογίζεται ως εξής

$$ΚΠ = 3,01 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 3,375}{5}} = 3,49$$

Επεμβάσεις	Διαφορά	Διαφ. – ΚΠ	
C με A	$10 - 8 = 2$	$2 < 3,49$	Μη σημαντική
C με D	$10 - 7 = 3$	$3 < 3,49$	Μη σημαντική
C με B	$10 - 5 = 5$	$5 > 3,49$	Σημαντική
A με D	$8 - 7 = 1$	$1 < 3,49$	Μη σημαντική
A με B	$8 - 5 = 3$	$3 < 3,49$	Μη σημαντική
D με B	$7 - 5 = 2$	$2 < 3,49$	Μη σημαντική

Ο έλεγχος Dunnet χρησιμοποιείται όταν πραγματοποιούνται οι συγκρίσεις των επεμβάσεων με μία συγκεκριμένη επέμβαση, όπως για παράδειγμα για την σύγκριση επεμβάσεων με ένα μάρτυρα.

Η διαδικασία της δοκιμασίας είναι η εξής:

- α) Οι μέσοι των επεμβάσεων διατάσσονται σε φθίνουσα σειρά.
- β) Υπολογίζεται η κρίσιμη περιοχή ως εξής:

$$ΚΠ = q'_{(a,n,BEv\pi)} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot MT_{v\pi}}{n}} \quad (5)$$

Η τιμή q' υπολογίζεται από τον Πίνακα q' Dunnett.

- γ) Συγκρίνονται οι διαφορές του μάρτυρα με τις υπόλοιπες επεμβάσεις, με την κρίσιμη περιοχή του Dunnett.

Η κρίσιμη περιοχή υπολογίζεται ως εξής:

$$q'_{(a,n,BEv\pi)} = q'_{(0.05,4,16)} = 2,29 \quad (6)$$

$$ΚΠ = 2,29 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 3,375}{5}} = 3,01$$

Επεμβάσεις	Διαφορά	Διαφ. – ΚΠ	
C με A	$10 - 8 = 2$	$2 < 3,01$	Μη σημαντική
C με D	$10 - 7 = 3$	$3 < 3,01$	Μη σημαντική
C με B	$10 - 5 = 5$	$5 > 3,01$	Σημαντική

Σύγκριση μεθόδων πολλαπλών συγκρίσεων μέσων

	p		
Δοκιμασία	2	3	4
L.S.D.	2,46	2,46	2,46
Duncan	2,46	2,57	2,65
Student-Newman-Keul	2,46	2,99	3,32
Tukey	3,32	3,32	3,32
Bonferroni	3,49	3,49	3,49
Scheffe	3,61	3,61	3,61

Πολλαπλές συγκρίσεις μέσων

jamovi - crd

Data Analyses

Exploration T-Tests ANOVA Regression Frequencies Factor Base R R

ANOVA

☐ Overall model test ☐ η^2 ☐ partial η^2 ☐ ω^2

> Model

> Assumption Checks

> Contrasts

> Post Hoc Tests

→ Tr

Correction

☒ No correction

☒ Tukey

☒ Scheffe

☒ Bonferroni

☐ Holm

Effect Size

☐ Cohen's d

> Estimated Marginal Means

Post Hoc Tests

Post Hoc Comparisons - Tr

Comparison		Mean Difference	SE	df	t	p	Ptukey	Pscheffe	Pbonferroni
Tr	Tr								
1	- 2	3.000	1.16	16.0	2.582	0.020	0.084	0.125	0.120
	- 3	-2.000	1.16	16.0	-1.721	0.104	0.345	0.424	0.627
	- 4	1.000	1.16	16.0	0.861	0.402	0.825	0.862	1.000
2	- 3	-5.000	1.16	16.0	-4.303	< .001	0.003	0.005	0.003
	- 4	-2.000	1.16	16.0	-1.721	0.104	0.345	0.424	0.627
3	- 4	3.000	1.16	16.0	2.582	0.020	0.084	0.125	0.120

References

- [1] The jamovi project (2020). *jamovi*. (Version 1.2) [Computer Software]. Retrieved from <https://www.jamovi.org>.
- [2] R Core Team (2019). *R: A Language and environment for statistical computing*. (Version 3.6) [Computer software]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/>.
- [3] Fox, J., & Weisberg, S. (2018). *car: Companion to Applied Regression*. [R package]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/package=car>.
- [4] Lenth, R. (2018). *emmeans: Estimated Marginal Means, aka Least-Squares Means*. [R package]. Retrieved from <https://cran.r-project.org/package=emmeans>.