

Υδραυλική

Εργαστήριο 2



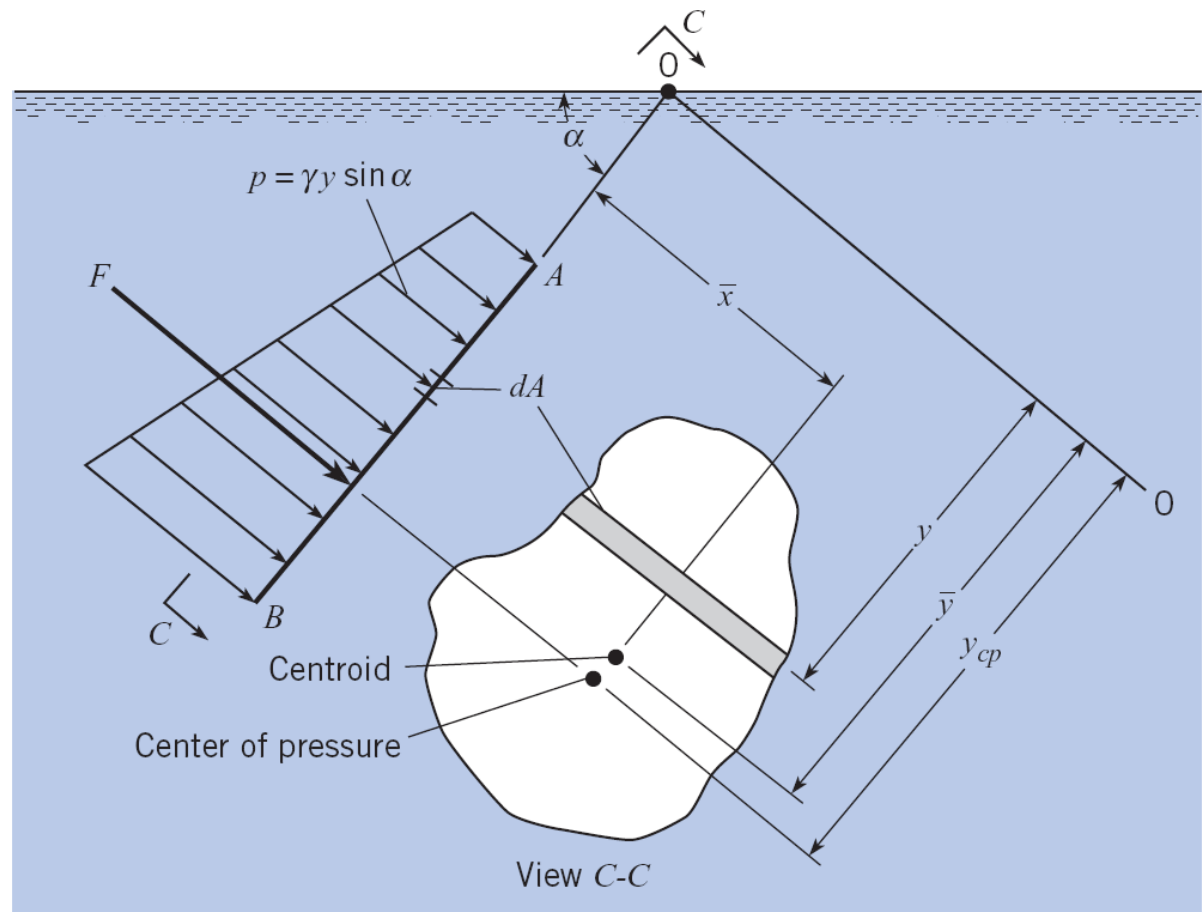
Χρίστος Α. Καραβίτης
Διαχείριση Υδατικών Πόρων
Τμήμα ΑΦΠ & ΓΜ, Γ.Π.Α.

Πρόγραμμα Άνοιξη 2014

ΗΜ/ΝΙΑ	ΔΕΥΤΕΡΑ	ΤΕΤΑΡΤΗ	ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ	ΜΕΛΕΤΗ	ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΘΕ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ
Part I: ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ-ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΛΕΚΑΝΕΣ-ΥΔΡΟΜΕΤΡΗΣΕΙΣ					
28/2			Υδραυλική Γενικές αρχές- Υδροστατική πίεση		Άσκηση 1
07/3			Υδροστατικές Δυνάμεις Εξίσωση Συνέχειας		Άσκηση 2
14/3			Συνέχεια – Bernoulli		Άσκηση 3
21/3			Ανοικτοί Αγωγοί		Άσκηση 4

Υδροστατικές Δυνάμεις σε επίπεδες επιφάνειες

Η λευκή επιφάνεια AB είναι ένα επίπεδο με ακανόνιστο σχήμα. Η γραμμή A-B είναι μία κατά μήκος τομή αυτής της επιφάνειας. Ποια είναι η συνισταμένη των δυνάμεων λόγω της πίεσης που ασκείται στην κεκλιμένη επιφάνεια AB;



Σημειώνεται ότι η υδροστατική πίεση αυξάνει ως προς τον άξονα Y

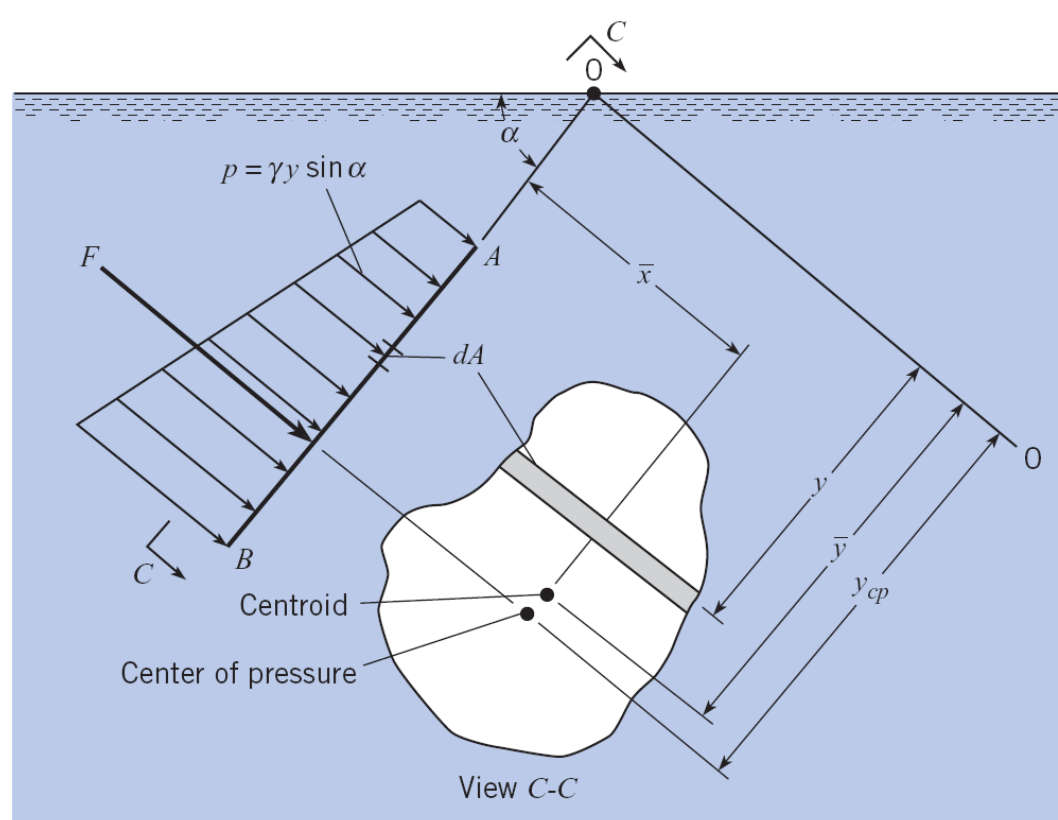
$$p = \gamma y \sin \alpha$$

Το σχήμα δεν είναι ακριβές.

Η γραμμή AB αντιπροσωπεύει τη πραγματική θέση της επιφάνειας.

Η λευκή επιφάνεια όμως δεν είναι σχεδιασμένη στην πραγματική της θέση

Η γραμμή 0-0 είναι οριζόντια, η λευκή επιφάνεια έχει περιστραφεί κατά τον άξονα A-B από την κανονική θέση. Με άλλα λόγια, το βάθος της λευκής επιφάνειας δεν είναι ορατό.



Από τον ορισμό της πίεσης:

$$dF = p \, dA \quad \text{ή} \quad dF = \gamma y \sin \alpha \, dA$$

έτσι ώστε η συνολική δύναμη στην επιφάνεια A είναι:

$$F = \int_A p \, dA$$

ή

$$F = \int_A \gamma y \sin \alpha \, dA$$

ή, εφόσον το γ και το ημίτονο α είναι σταθερά

$$F = \gamma \sin \alpha \int_A y \, dA$$

Η μέση απόσταση επί την συνολική επιφάνεια θα είναι :

$$\bar{y}A = \int_A y \, dA$$

ώστε η συνολική δύναμη μπορεί να εκφραστεί ως:

$$F = (\gamma \bar{y} \sin \alpha) A \quad \text{or} \quad F = \bar{p} A$$

όπου $\bar{p}$ είναι η πίεση στο κέντρο βάρους της επιφάνειας.
Η παραπάνω τελική σχέση είναι γνωστή ως υδροστατική πίεση.

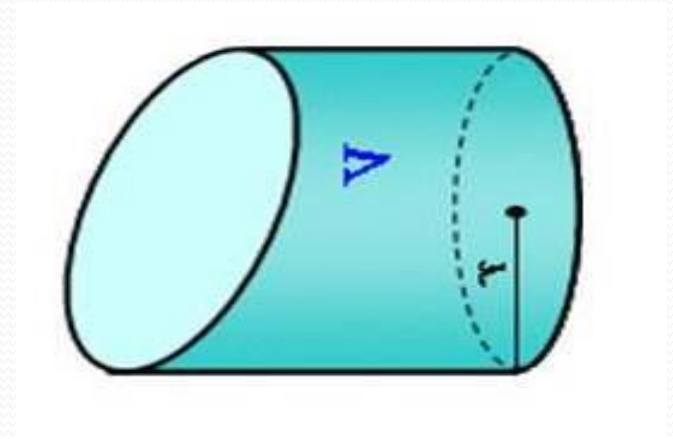
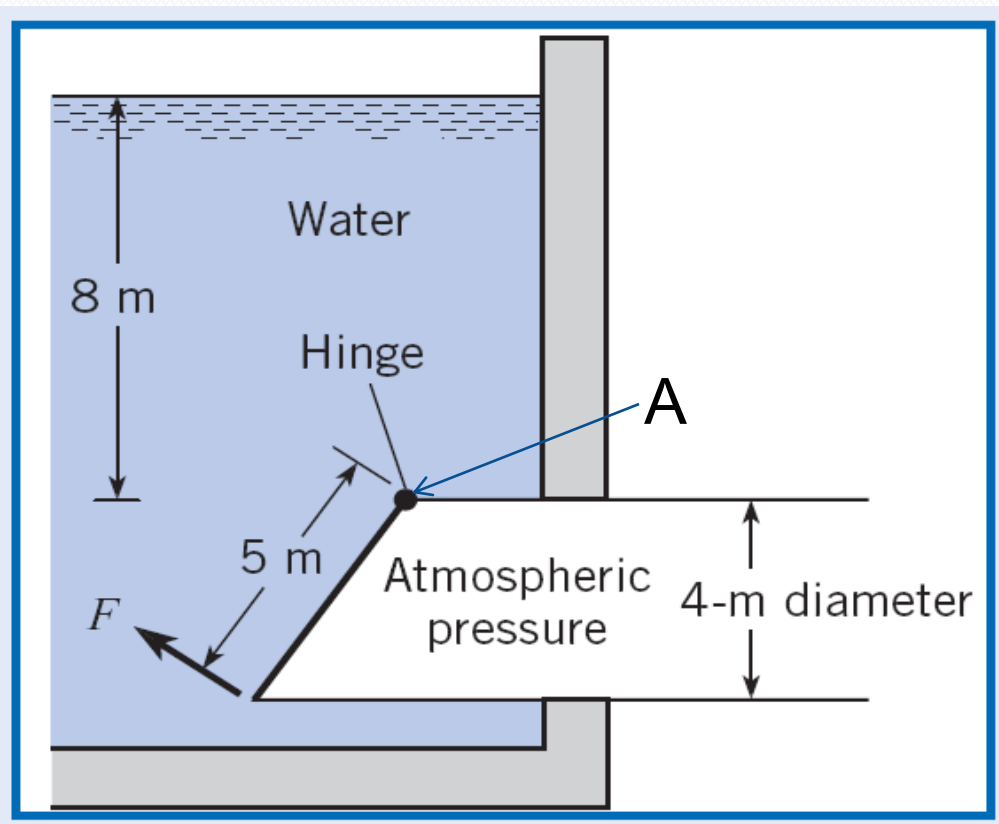
Κατά αυτόν τον τρόπο έχουμε αντικαταστήσει ένα ολοκλήρωμα που εκφράζει τη μεταβολή της πίεσης, με μία σταθερά που εκφράζει το τελικό μέτρο της πίεσης:

$$F = \int_A p \, dA \quad \Rightarrow \quad F = \bar{p} A \quad \Rightarrow \quad F_{total} = \gamma \bar{h} A$$

Παράδειγμα 3:

Να ευρεθεί η κάθετη δύναμη που απαιτείται για να ανοίξει ένα κυκλικό θυρόφραγμα το οποίο περιστρέφεται γύρω από τον σημείο A

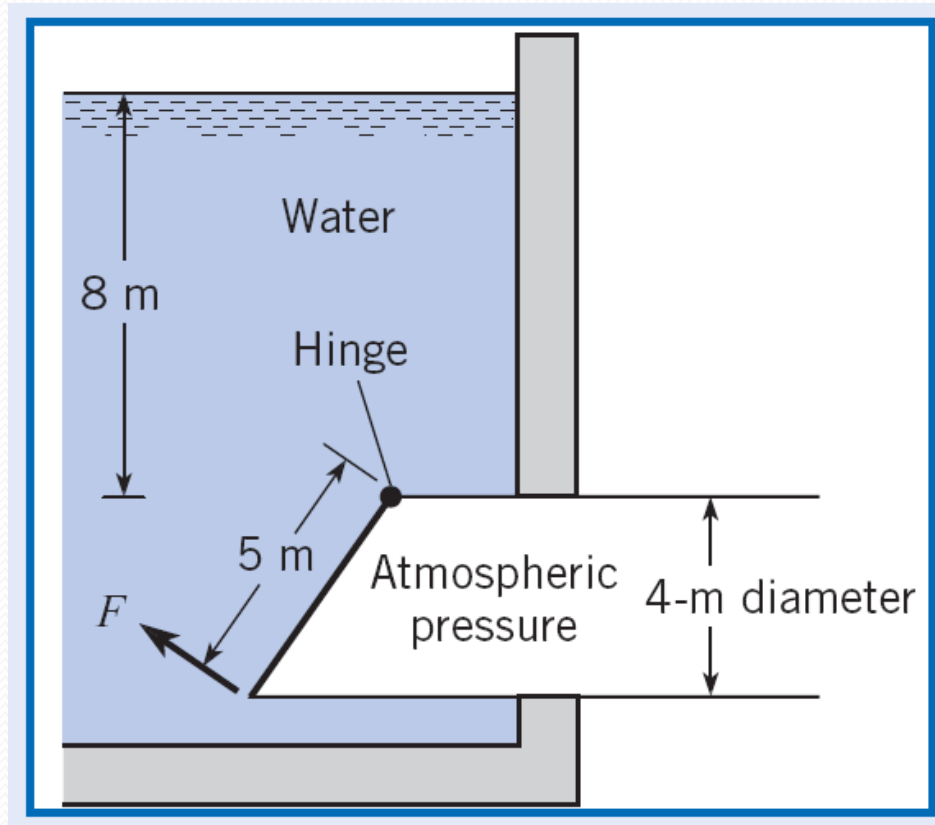
Υπολογίζουμε F_{total} , την συνολική υδροστατική πίεση που ενεργεί πάνω στην επιφάνεια :



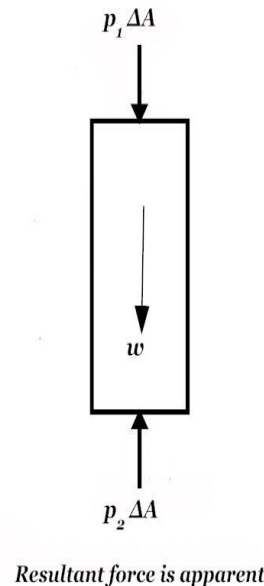
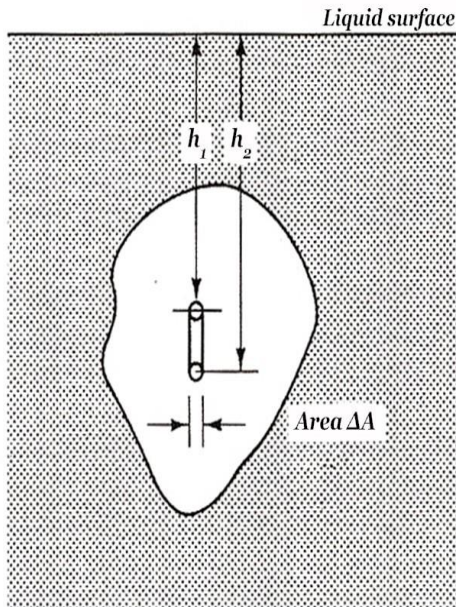
$$F_{\text{total}} = \bar{p} A$$

$$A = \pi r^2 = 3,14 \times 6,25 = 19,625 \text{ m}^2$$

$$F_{\text{total}} = 10 \text{ m} \times 9810 \text{ N/m}^3 \times 19,625 \text{ m}^2 = 1,925 \text{ MN}$$



Βυθιζόμενο Σώμα



$$\text{φαινόμενο Βάρος} = w + p_1 \Delta A - p_2 \Delta A$$

$$\text{φαινόμενο Βάρος} = \gamma_s \Delta V + \gamma h_1 \Delta A - \gamma h_2 \Delta A$$

$$\text{φαινόμενο Βάρος} = \gamma_s \Delta V - \gamma \Delta V$$

$$\text{φαινόμενο Βάρος} = \Delta V (\gamma_s - \gamma)$$

$$\text{Φαινόμενο Βάρος Βυθιζόμενου Σώματος} = V (\gamma_s - \gamma)$$

Άσκηση: Άνωση

Δίνεται: $T=5 \text{ kN}$, $\gamma_{\text{νερού}}=9,81 \text{ kN/m}^3$, $\gamma=35 \text{ kN/m}^3$

Να βρεθεί ο όγκος V

$$\Sigma F=0 \Rightarrow$$

$$T+F_B-w=0 \Rightarrow$$

$$T+F_B=w \Rightarrow$$

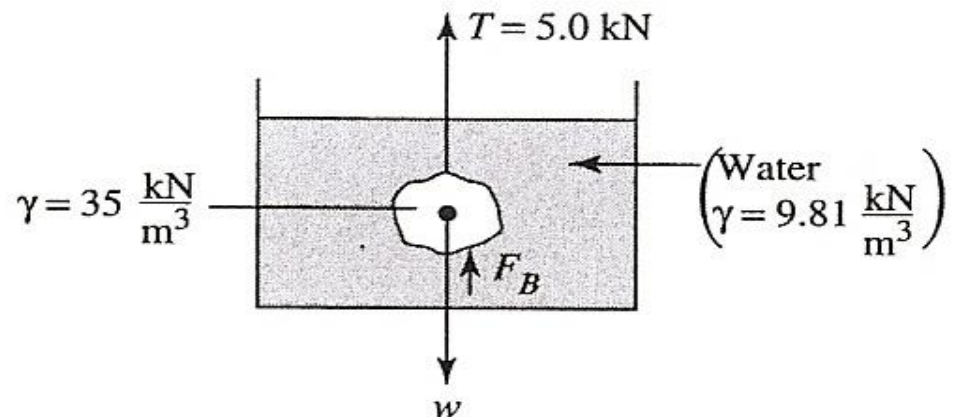
$$T+F_B=\gamma V=35V$$

Όμως η άνωση $F_B = \gamma_{\text{νερού}} (V) \Rightarrow$

$$T+9,81V=35V$$

$$5=25,19V \Rightarrow$$

$$V=0,198 \text{ m}^3$$

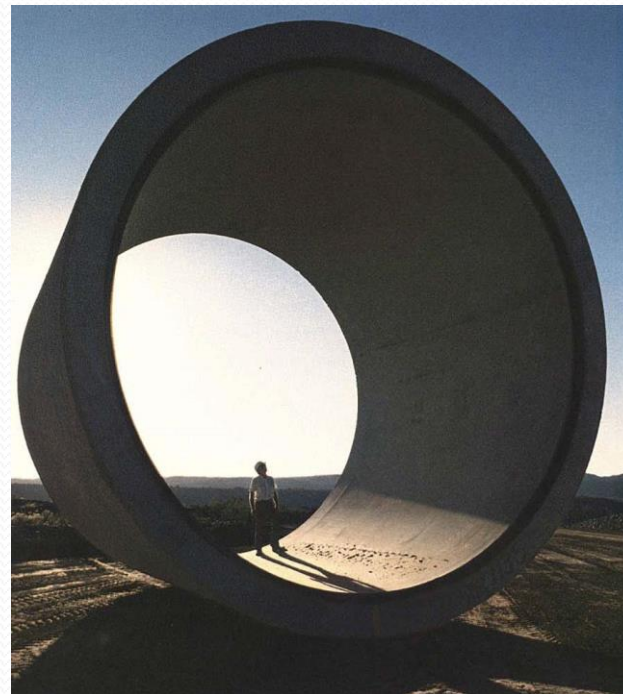


Κλειστοί Αγωγοί



Κλειστοί Αγωγοί

ΑΓΩΓΟΙ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ



Κλειστοί Αγωγοί

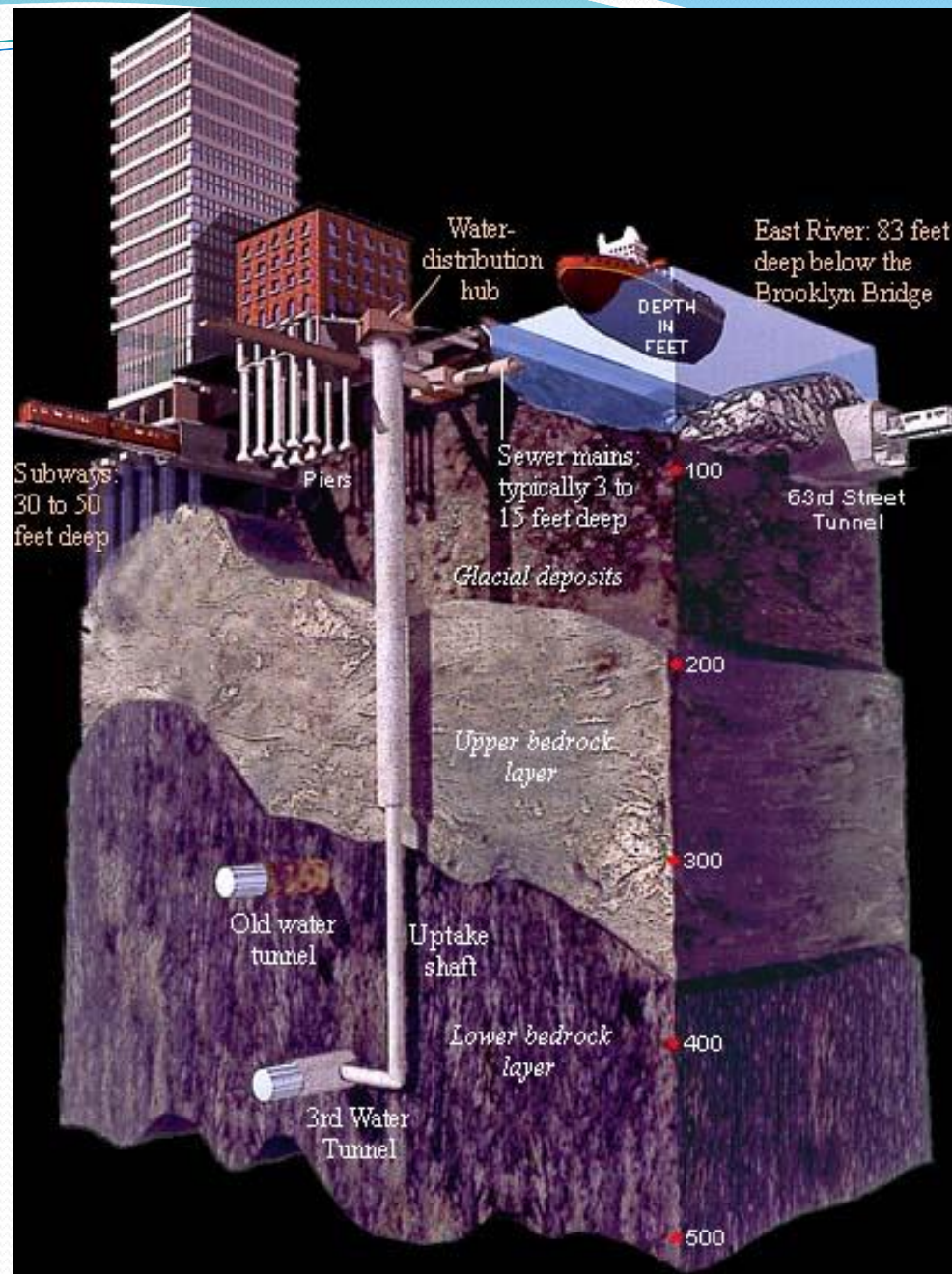
ΜΕΤΑΛΛΙΚΟΙ ΑΓΩΓΟΙ



Κλειστοί Αγωγοί

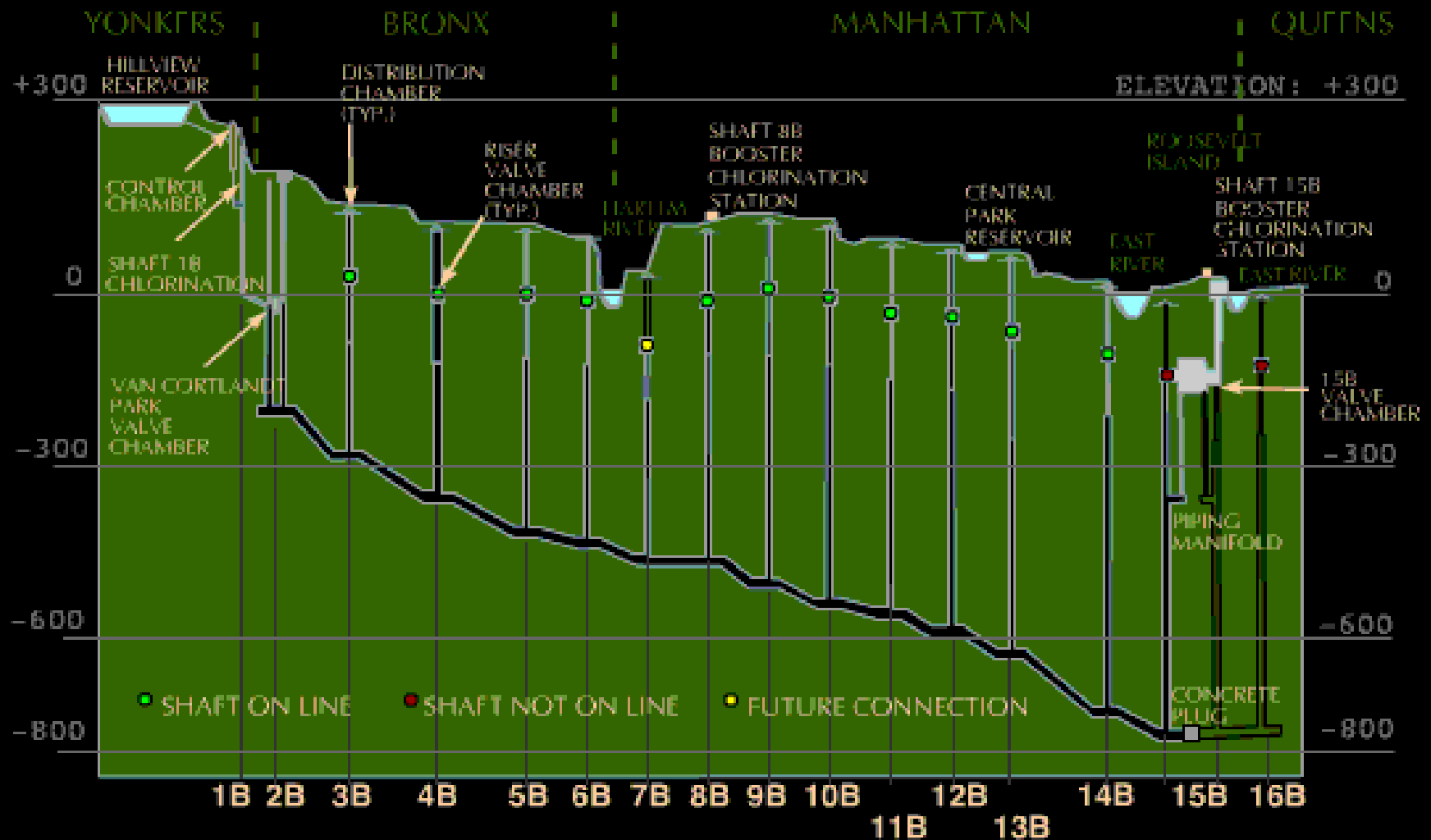
ΠΛΑΣΤΙΚΟΙ ΑΓΩΓΟΙ







CITY TUNNEL NO.3: STATUS OF OPERATION









Water Main Break:

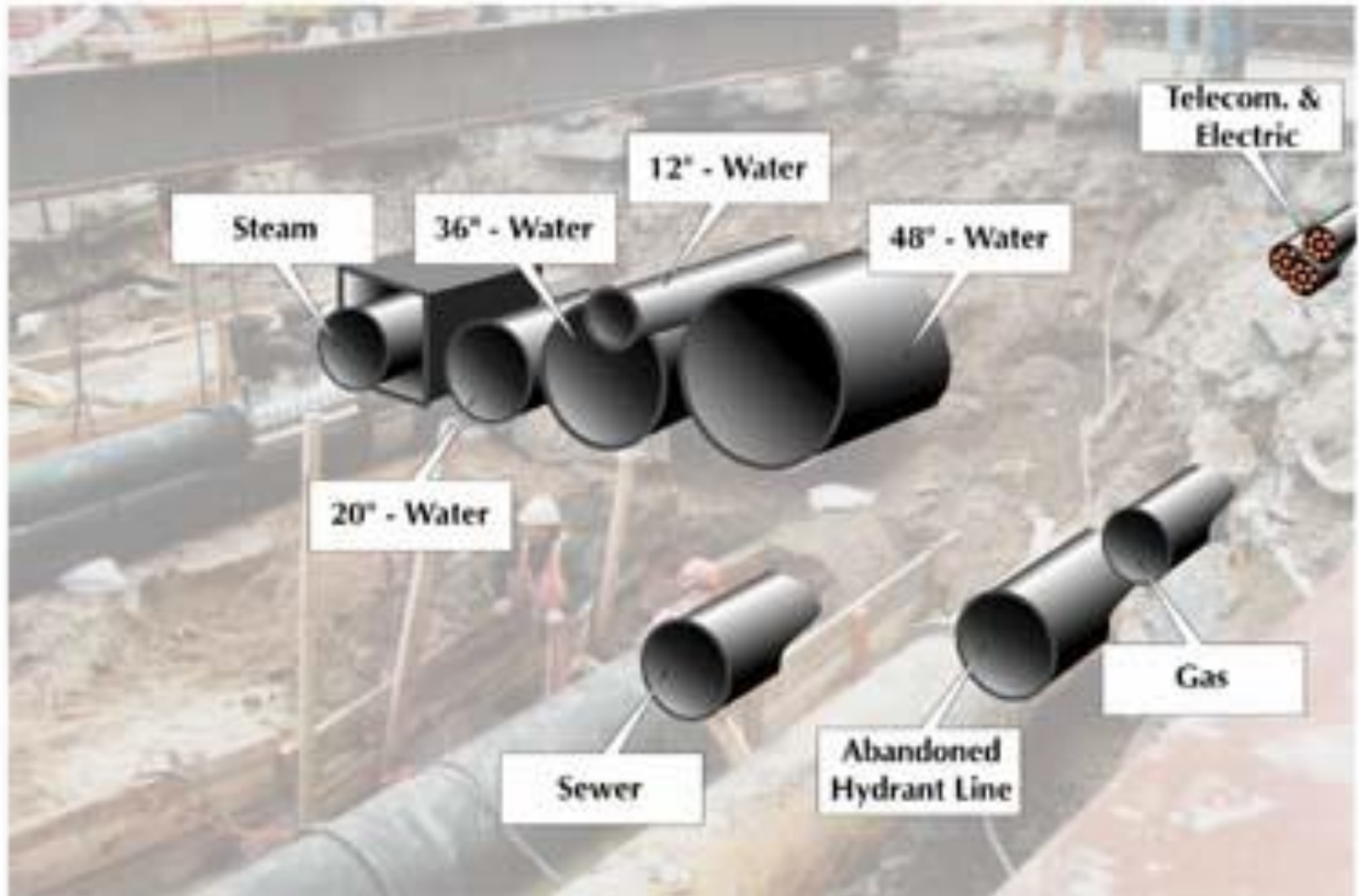
Manhattan, 5th Avenue and 19th Street January 2, 1998



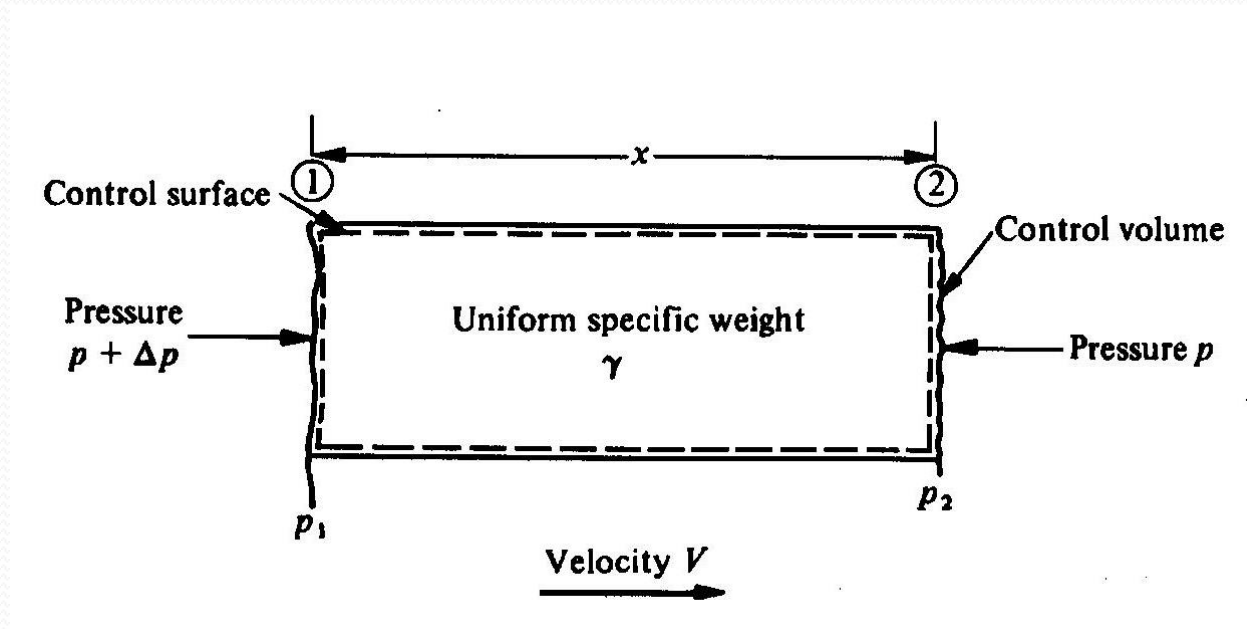




Street Cross-Section



ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ



$$w = \gamma Ax = \gamma Avt \Rightarrow \frac{w}{t} = \gamma Av \Rightarrow w' = \gamma Av$$

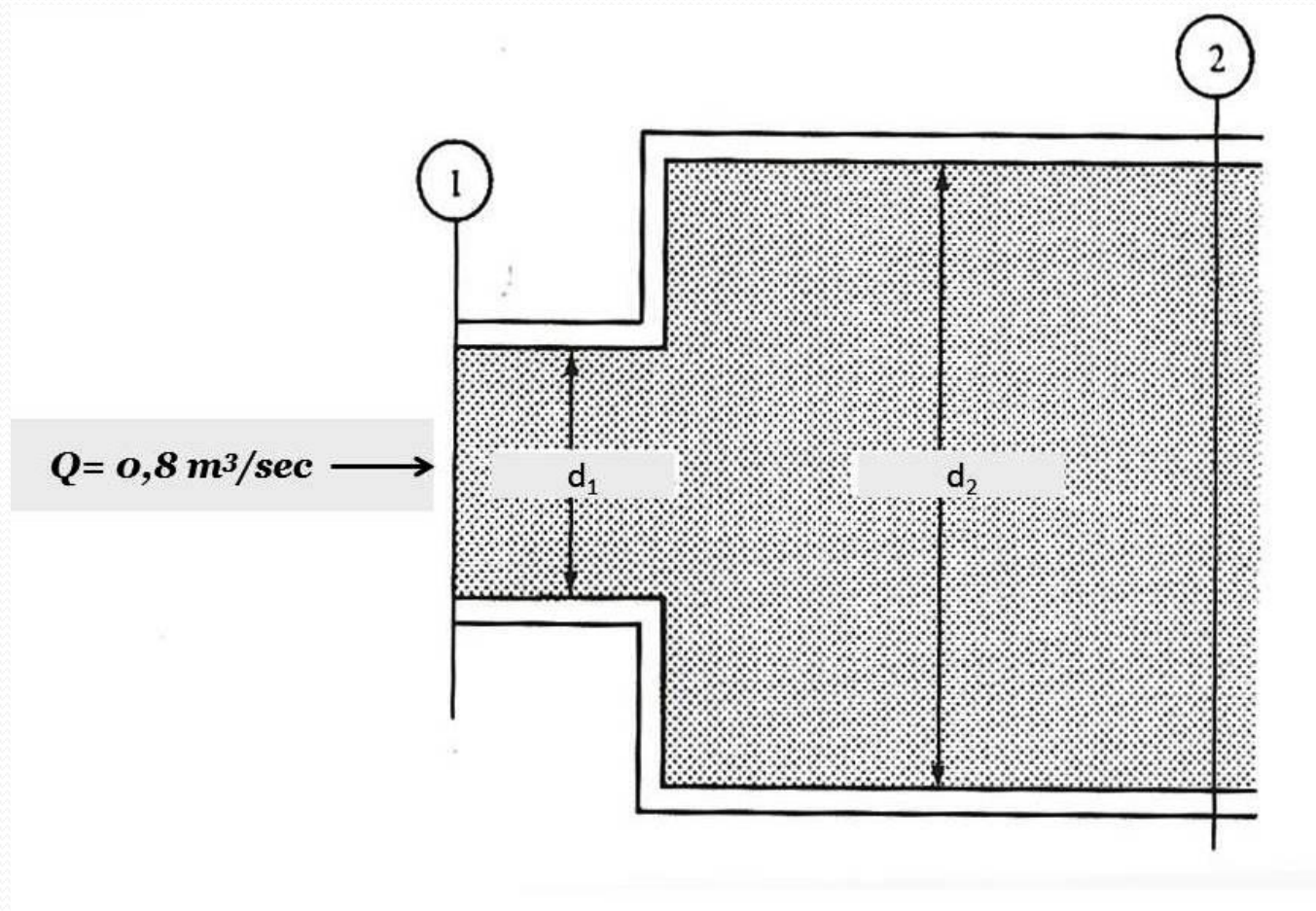
ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

$$w' = \gamma A v \Rightarrow m' g = \rho g A v \Rightarrow m' = \rho A v$$

$$m'_1 = m'_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \\ \gamma_1 = \gamma_2, \rho_1 = \rho_2 \end{array} \right\} \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)



ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ (ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ)

*Δίνεται: $Q = 0,8 \text{ m}^3/\text{sec}$ $V_1 = 5,0 \text{ m/sec}$ $V_2 = 1,0 \text{ m/sec}$
Να βρεθούν οι διατομές A_1 & A_2*

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$Q_1 = A_1 v_1 \Rightarrow A_1 = Q_1 / v_1 \Rightarrow A_1 = 0.16 \text{ m}^2$$

$$Q_2 = A_2 v_2 \Rightarrow A_2 = Q_2 / v_2 \Rightarrow A_2 = 0.8 \text{ m}^2$$

Ερωτήσεις



Υδραυλική- Εργαστήριο 3

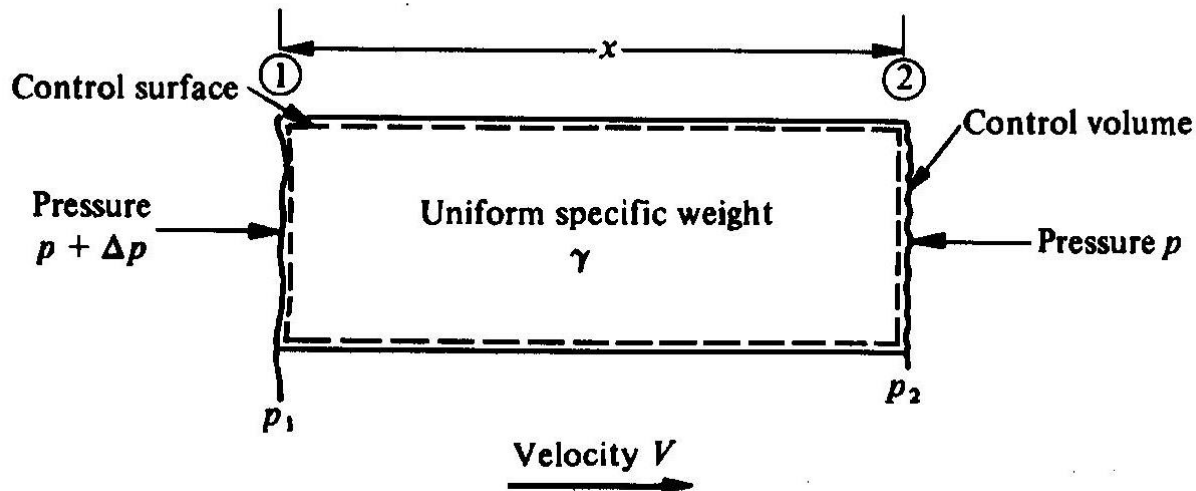


Χρίστος Α. Καραβίτης
Διαχείριση Υδατικών Πόρων
Τμήμα ΑΦΠ & ΓΜ, Γ.Π.Α.

Πρόγραμμα Άνοιξη 2014

ΗΜ/ΝΙΑ	ΔΕΥΤΕΡΑ	ΤΕΤΑΡΤΗ	ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ	ΜΕΛΕΤΗ	ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΘΕ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ
Part I: ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ-ΥΔΡΟΛΟΓΙΚΕΣ ΛΕΚΑΝΕΣ-ΥΔΡΟΜΕΤΡΗΣΕΙΣ					
28/2			Υδραυλική Γενικές αρχές- Υδροστατική πίεση		Άσκηση 1
07/3			Υδροστατικές Δυνάμεις Εξίσωση Συνέχειας		Άσκηση 2
14/3			Συνέχεια – Bernoulli		Άσκηση 3
21/3			Ανοικτοί Αγωγοί		Άσκηση 4

ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ



$$w = \gamma A x = \gamma A v t \Rightarrow \frac{w}{t} = \gamma A v \Rightarrow w' = \gamma A v$$

ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

$$w' = \gamma A v \Rightarrow m' g = \rho g A v \Rightarrow m' = \rho A v$$

$$m'_1 = m'_2$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \\ \gamma_1 = \gamma_2, \rho_1 = \rho_2 \end{array} \right\} \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

Άσκηση: Συνέχεια

Δίνεται: $\gamma_{\text{νερού}} = 9,81 \text{ kN/m}^3$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $d = 425 \text{ mm}$
Να βρεθεί ο όγκος $\dot{V}$ και $\dot{m}$

$$\dot{V} = \gamma AV = \gamma Q \quad \& \quad \dot{m} = \rho AV = \rho Q$$

$$Q = 1000 \text{ lt/min} * 10^{-3} \text{ m}^3/\text{lt} * 1/(60 \text{ s/min}) = 0,01667 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\dot{V} = 9,81 \text{ kN/m}^3 * 0,01667 \text{ m}^3/\text{s} = 0,1635 \text{ kN/s}$$

$$\dot{m} = 1000 \text{ kg/m}^3 * 0,01667 \text{ m}^3/\text{s} = 16,67 \text{ kg/s}$$

ΕΞΙΣΩΣΗ BERNOLLI

Ένα ιδανικό ρευστό δεν έχει ιξώδες και είναι ασυμπίεστο

Συνολικό ύψος = Δυναμική ενέργεια +
+Ενέργεια πίεσης+
+Κινητική ενέργεια

Δυναμική ενέργεια = zmg

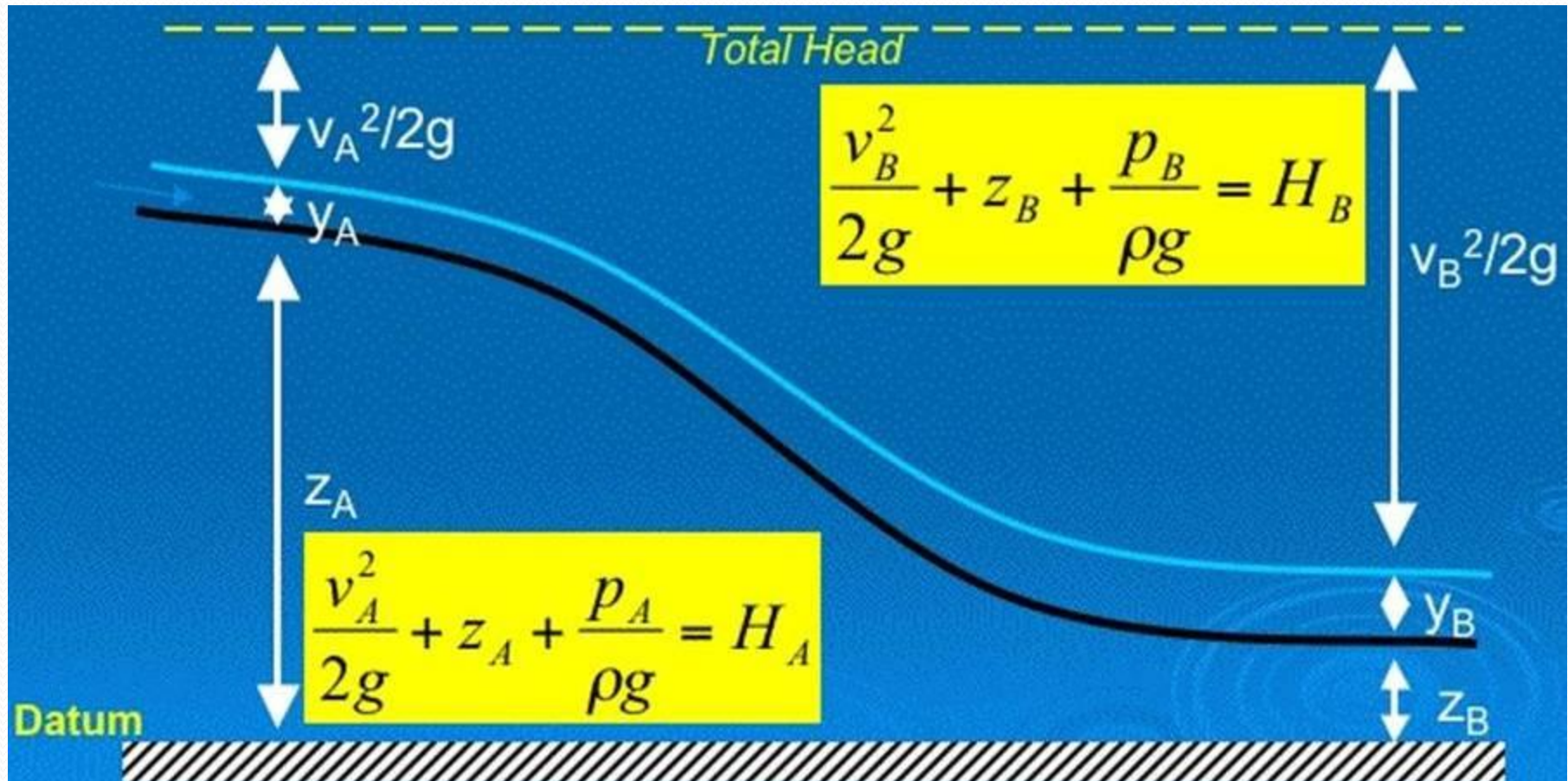
Ενέργεια πίεσης = hmg

Κινητική ενέργεια = $\frac{1}{2}mU^2$

Διαιρούμε δια mg οπότε : $z + \frac{U^2}{2g} + (h^* (\gamma/\gamma))$

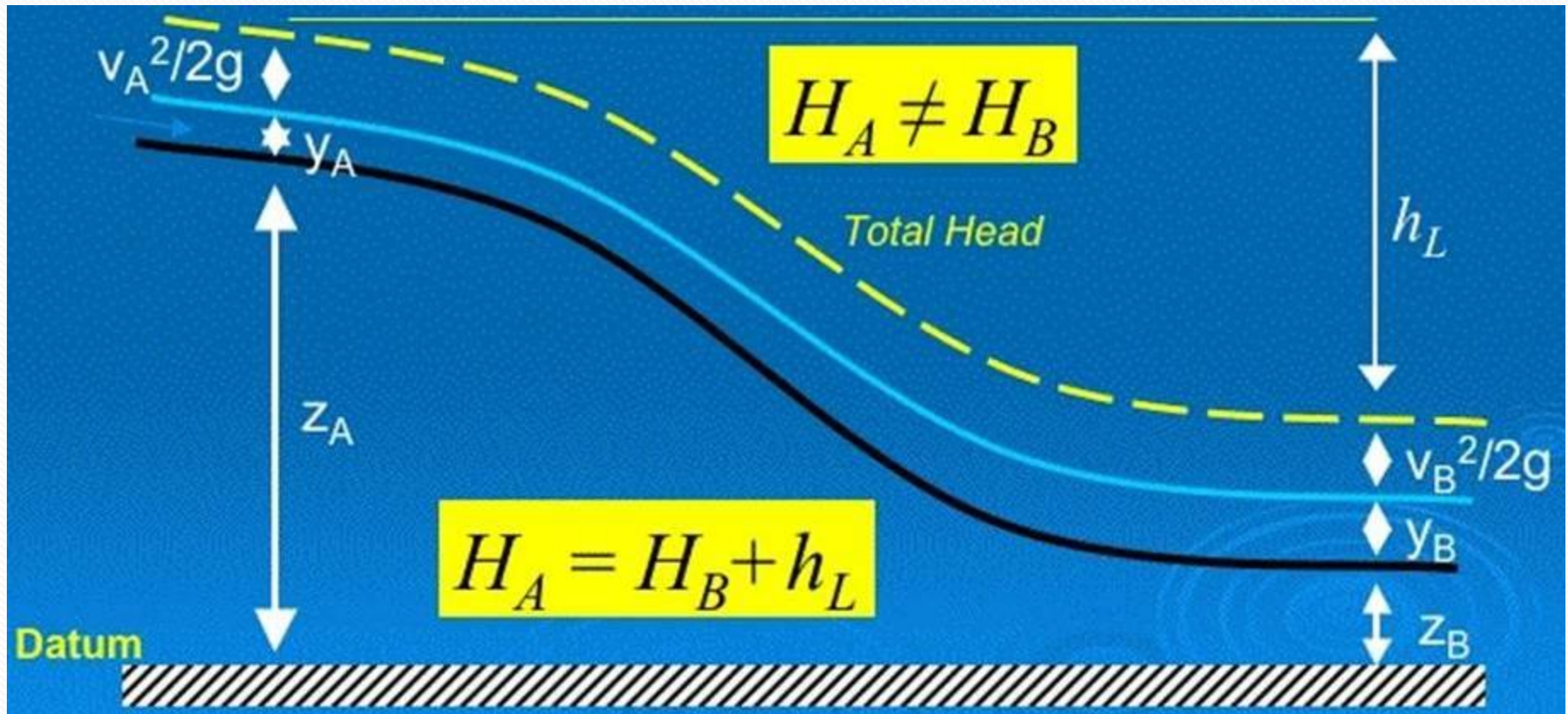
ΕΞΙΣΩΣΗ BERNΟΥΛΛΙ

Για ιδανικά ρευστά, το συνολικό ύψος διατηρείται



ΕΞΙΣΩΣΗ ΒΕΡΝΟΥΛΛΙ

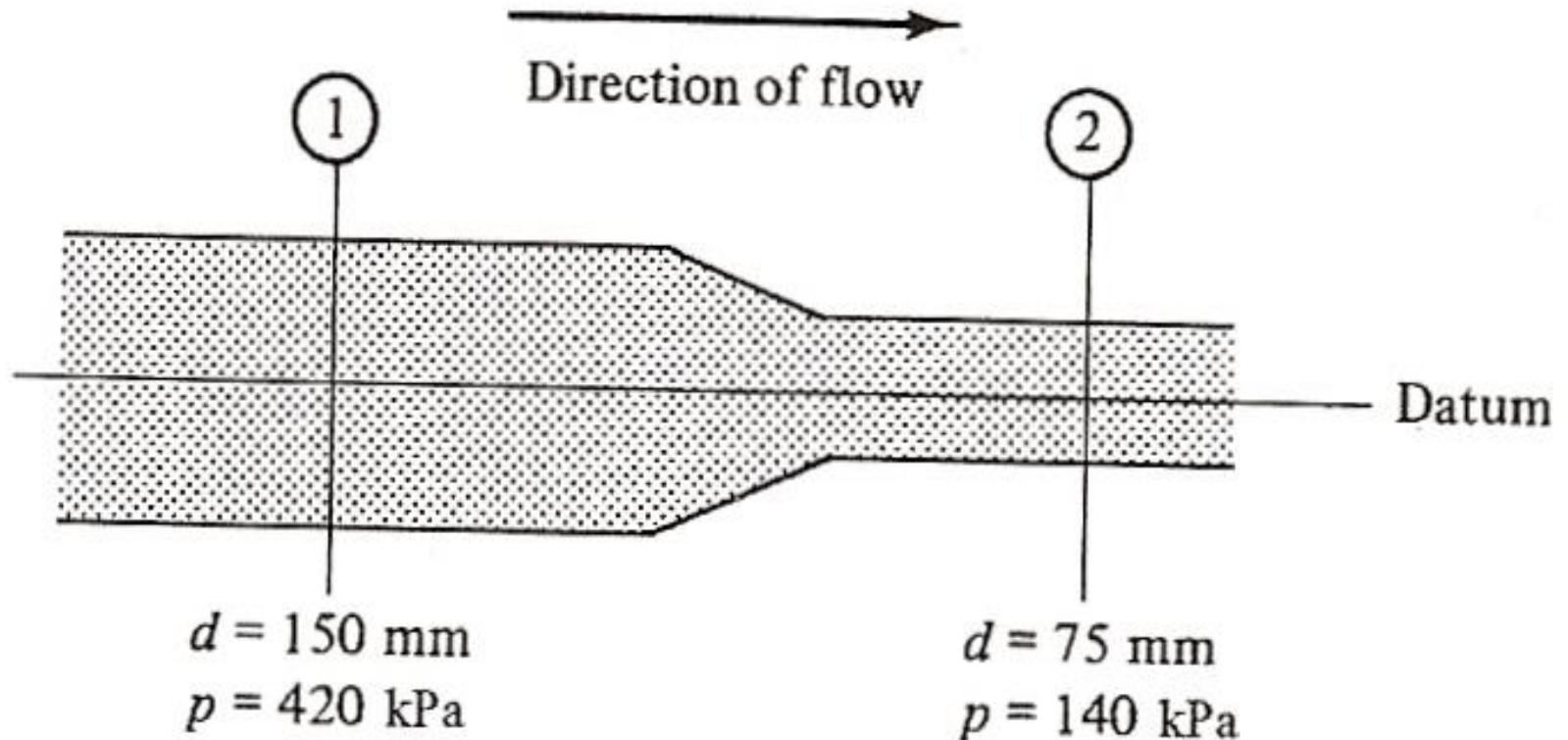
Για ιδανικά ρευστά, το συνολικό ύψος δεν είναι το ίδιο παντού λόγω απωλειών



BERNOULLI

Δίνεται: $d_1=150\text{mm}$ $p_1=420\text{kPa}$ $d_2=75\text{mm}$ $p_2=140\text{kPa}$

Να προσδιοριστεί το Q σε m^3/s



ΕΞΙΣΩΣΗ ΒΕΡΝΟΥΛΛΙ / ΣΥΝΕΧΕΙΑ

Από την εξίσωση Συνέχειας έχουμε:

$$Q_1 = Q_2 = A_1 V_1 = A_2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2 = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 V_2 \Rightarrow$$

$$V_1 = \left(\frac{75}{150} \right)^2 V_2 = \frac{V_2}{4}$$

ΕΞΙΣΩΣΗ BERNΟΥΛΛΙ

$$z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} \quad \Rightarrow$$

Αντικαθιστώ τα δεδομένα στην εξίσωση.

$$\frac{(V_2 / 4 \text{ m/s})^2}{2 * 9,81 \text{ m/s}^2} + \frac{420 \text{ kPa}}{9,81 \text{ kN/m}^3} = \frac{(V_2 \text{ m/s})^2}{2 * 9,81 \text{ m/s}^2} + \frac{140 \text{ kPa}}{9,81 \text{ kN/m}^3} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{420 - 140}{9,81} = \frac{V_2^2 - V_2^2 / 16}{2 * 9,81} \quad \Rightarrow$$

$$V_2 = 24,4 \text{ m/s}$$

$$V_1 = V_2 / 4 = 6,1 \text{ m/s}$$

$$Q = A_2 V_2 = \frac{\pi}{4} (0,075 \text{ m})^2 * 24,4 \text{ m/s} = 0,108 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Γραμμικές απώλειες

Εξίσωση Bernoulli

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} + z_1 - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} + z_2$$

Γραμμικές απώλειες

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma} = h_L$$

$$[p - (p + dp)](\pi R^2) = \tau_w (2\pi R) dx$$

Η δύναμη πίεσης ισορροπεί με τη δύναμη τριβής

$$-dp = \frac{2\tau_w}{R} dx$$

Διατμητική τάση τοιχώματος

R: ακτίνα

D: διάμετρος

L: μήκος αγωγού

f: Εμπειρικός παράγοντας τριβής

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_L \quad h_L = \left(\frac{4\tau_w}{\rho g} \right) \left(\frac{L}{D} \right) = f \left(\frac{L}{D} \right) \left(\frac{U^2}{2g} \right)$$

$$\tau_w = \left(\frac{f}{4} \right) \left(\frac{\rho U^2}{2} \right)$$

Εξίσωση Darcy

Γραμμικές απώλειες κλειστών αγωγών

Οι γραμμικές απώλειες που εμφανίζονται λόγω τριβής του υγρού με το υλικό του αγωγού δίνονται με τον εξής τύπο.

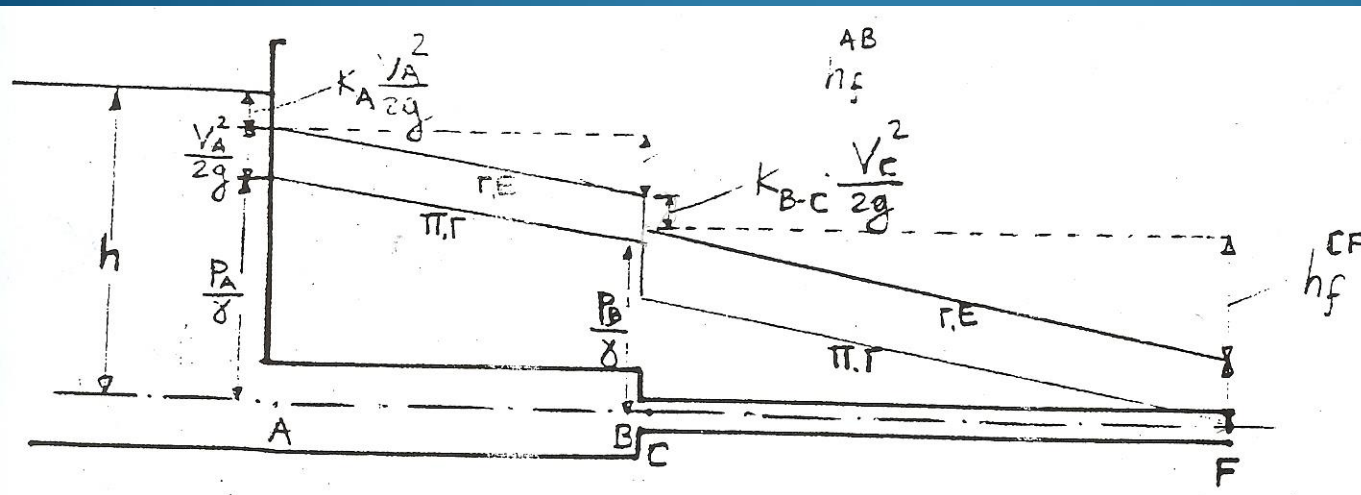
$$h_L = f \frac{LU^2}{D2g}$$

- f Εμπειρικός παράγοντας τριβής
- D Διάμετρος του αγωγού
- L Μήκος του αγωγού

- Κυκλικός αγωγός ABCF με $Q = 20 \text{ lt/sec}$
- Σημείο εκροής F
- $D_{AB} = 20 \text{ cm}$, $D_{CF} = 10 \text{ cm}$, $g = 10 \text{ m/sec}^2$
- $h_f^{AB} = 10 \text{ m}$ και $h_f^{CF} = 6.5 \text{ m}$

$$h_T^A = K_A \frac{V_A^2}{2g}, K_A = 0.5$$

$$h_T^{BC} = K_{BC} \frac{V_C^2}{2g}, K_{BC} = 0.10$$



Να υπολογιστούν:

h σε σχέση με τον ABCF

H_A, H_B, H_C, H_F και πιεζομετρικά ύψη σε A, B, C, F

Χάραξη πιεζομετρικής γραμμής και γραμμής ενέργειας

Λύση :

$$(\alpha) \frac{V_E^2}{\underbrace{2g}_{=0}} + \frac{P_E}{\underbrace{\gamma}_{=0}} + z_E = \frac{V_F^2}{2g} + \frac{P_F}{\underbrace{\gamma}_{=0}} + z_B + h_f^{AB} + h_f^{CF} + K_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} + K_{BC} \cdot \frac{V_C^2}{2g} \Rightarrow$$

$$h = \frac{V_F^2}{2g} + h_f^{AB} + h_f^{CF} + K_A \cdot \frac{V_A^2}{2g} + K_{BC} \cdot \frac{V_C^2}{2g} \quad (1)$$

$$Q = E_F \cdot V_F = E_C \cdot V_C = E_A \cdot V_A = E_B \cdot V_B \quad (2)$$

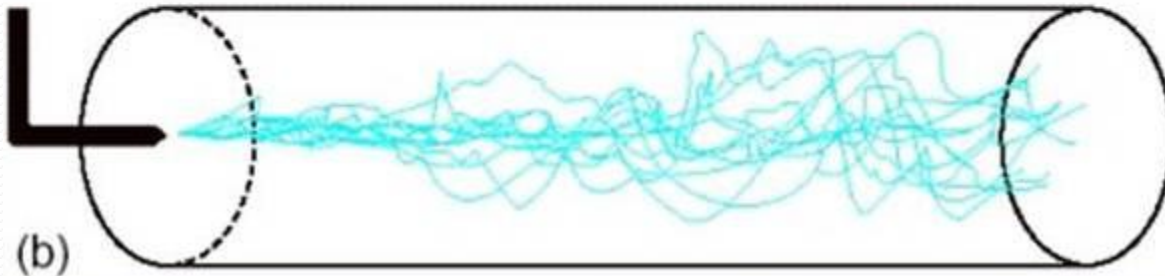
$$V_F = \frac{Q}{\pi \cdot \left(\frac{D_{CF}^2}{4} \right)} \Rightarrow V_F = 2.54 \text{ m/sec} \Rightarrow V_A = 0.64 \text{ m/sec} \quad (3)$$

$$(1) \xrightarrow{(3)} h = 0.32 \text{ m} + 10 \text{ m} + 6.5 \text{ m} + 0.01 \text{ m} + 0.03 \text{ m} = 16.86 \text{ m}$$

$$(\beta)h_A = h - h_T^A, h_B = h_A - h_f^{AB}, h_C = h_B - h_T^{BC}, h_F = h_C - h_f^{CF}$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = h_A - \frac{V_A^2}{2g}, \frac{P_B}{\gamma} = h_B - \frac{V_B^2}{2g}, \frac{P_C}{\gamma} = h_C - \frac{V_C^2}{2g}, \frac{P_F}{\gamma} = 0$$

Αριθμός Reynold



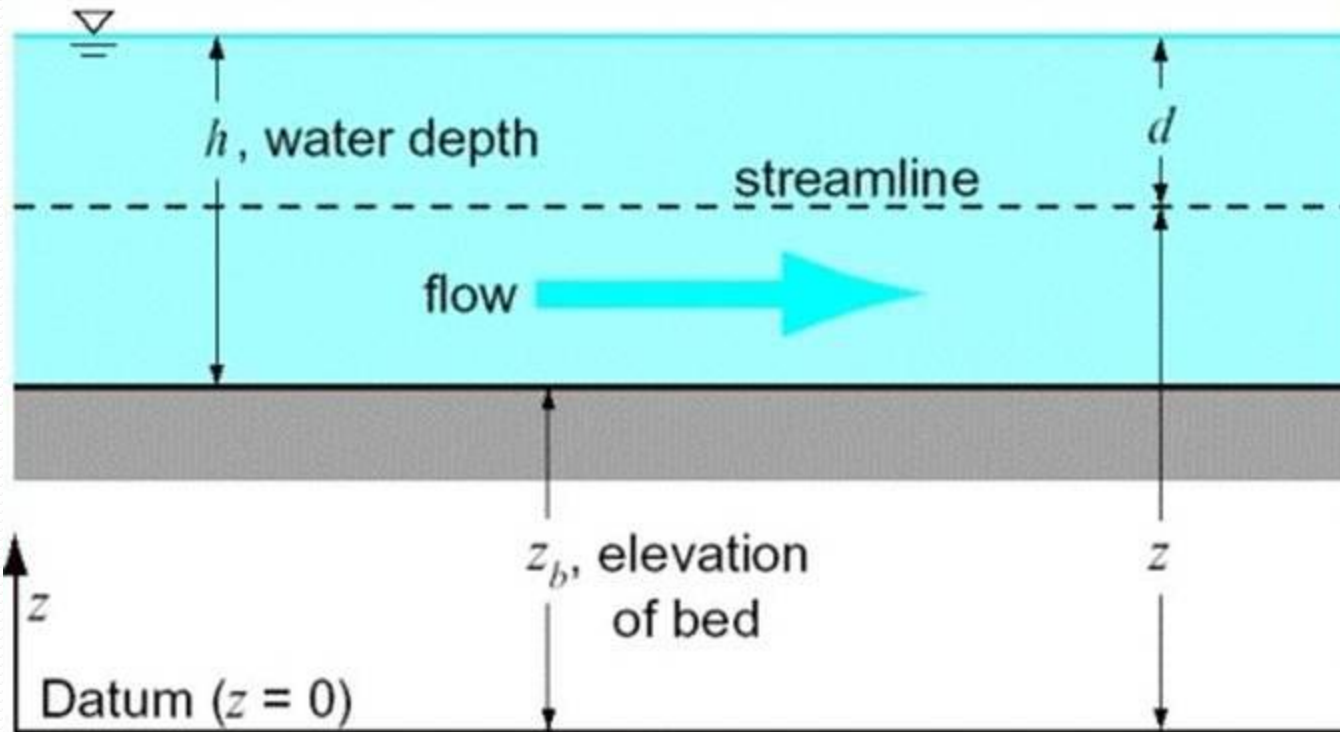
$$R = \frac{UL\rho}{\mu}$$

Οι ιδιότητες του υγρού δεν άλλαξαν : ρ σταθερό, μ σταθερό
Οι ιδιότητες του αγωγού δεν άλλαξαν : D σταθερό, L σταθερό

Ειδική ενέργεια (Ροή χωρίς απώλειες)

Βασισμένη στην εξίσωση Bernoulli

Θεωρείται κατά μήκος της γραμμής ροής



Ειδική ενέργεια

$$E = \frac{U^2}{2g} + h$$

Ειδική ενέργεια

= Η ενέργεια ανά μονάδα βάρους νερού που ρέει, σχετικά με το βάθος ροής.

Εκκινώντας από την εξίσωση Bernoulli

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + (z_b + h - d) = H$$

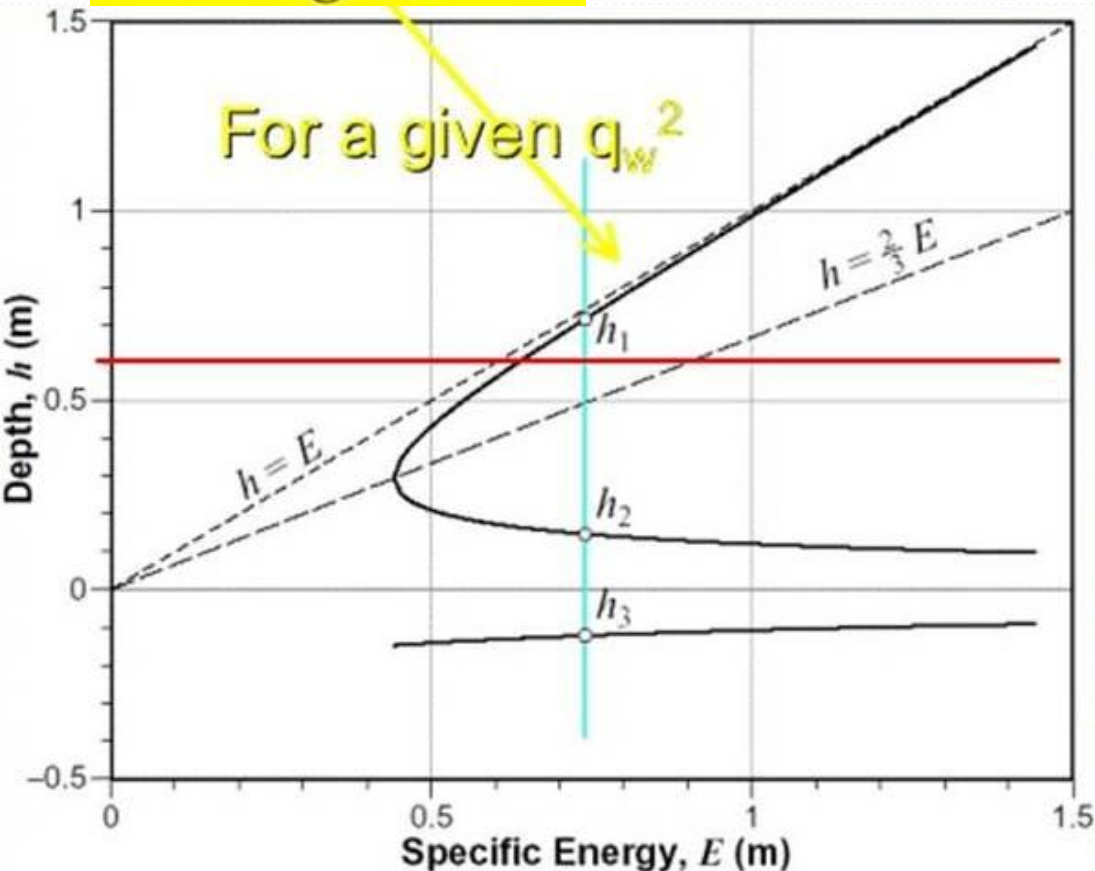
Από την εξίσωση της υδροστατικής

$$p = \rho g d \Rightarrow d = \frac{p}{\rho g}$$

$$\frac{U^2}{2g} + h + z_b = H$$

Διάγραμμα Ειδικής ενέργειας

$$E = \frac{q_w^2}{2gh^2} + h$$



Για οποιαδήποτε ειδική παροχή το βάθος κυμαίνεται από h_1 έως h_2

Έτσι πρέπει να γνωρίζουμε περισσότερα για την ειδική ενέργεια για να καθορίσουμε το βάθος.

Ερωτήσεις

