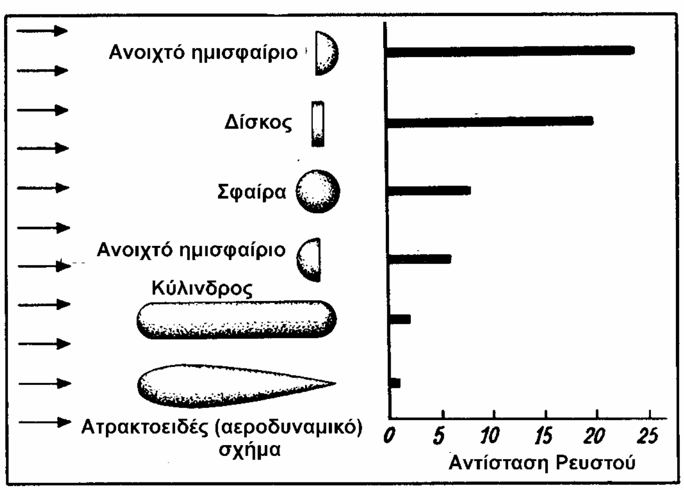
ΑΣΚΗΣΗ 8

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΙΞΩΔΟΥΣ

Η αντίσταση που δέχεται ένα σώμα όταν κινείται μέσα σ' ένα ρευστό εξαρτάται απο το σχήμα του σώματος . Παρατηρούμε οτι η μικρότερη αντίσταση εμφανίζεται στο ατρακτοειδές σχήμα (είναι το χαρακτηριστικό σχήμα των ψαριών).



© Το γράφημα προέρχεται απο το βιβλίο των Θ. Κουγιουμζέλη, Σ. Περιστεράκη Στοιχεία Φυσικής Τόμος Ι.

8.1 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Η μέτρηση του συντελεστού ιξώδους παχύρευστου υγρού με τη μέθοδο της πτώσης μικρών σφαιρών μέσα σε αυτό.

8.2 ΜΕΘΟΔΟΣ

Για δεδομένο αριθμό γυάλινων σφαιρών, μετριέται η διάμετρος d_i και υπολογίζεται η μέση διάμετρος $\bar{d}$. Στη συνέχεια οι σφαίρες ζυγίζονται και υπολογίζεται η μέση μάζα τους $\bar{m}$. Από τη σχέση: $\rho_\sigma = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} = \frac{6\bar{m}}{\pi.\bar{d}^3}$ υπολογίζεται η πυκνότητα του υλικού των σφαιρών. Μετράμε με πυκνόμετρο την πυκνότητα ρ_υ του υγρού σε βαθμούς Baumé και με κατάλληλη σχέση την μετατρέπουμε σε gr/cm^3.

Οι σφαίρες αφήνονται να πέσουν μέσα στο υγρό και μετριώνται οι χρόνοι t_i και ο μέσος χρόνος $\bar{t}$, ο οποίος απαιτείται για να διανύσουν μια συγκεκριμένη απόσταση μεταξύ δύο γραμμών που είναι σημειωμένες πάνω σε κάθε σωλήνα. Χρησιμοποιούμε τη σχέση $\bar{t} = \bar{t}_o + \bar{t}_o k \frac{\bar{d}}{D}$ (D=διάμετρος σωλήνα, k=σταθερά, $\bar{t}_o$= ο χρόνος που αντιστοιχεί στο ίδιο υγρό αλλά σε χώρο χωρίς περιορισμό) και χαράσσομε την ευθεία : $\bar{t} = f(\frac{\bar{d}}{D})$ χρησιμοποιώντας διάφορα set σφαιρών και όλους τους σωλήνες που διατίθενται. Με την Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων και την τιμή των “A”($\bar{t}_o$) “B” (k.$\bar{t}_o$). Στη συνέχεια από τη σχέση: $\eta = \frac{g\bar{d}^2(\rho_\sigma - \rho_\upsilon)\bar{t}_o}{18s}$ υπολογίζουμε το συντελεστή ιξώδους του υγρού. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για σωλήνες με διαφορετική διάμετρο D.

8.3 ΣΥΣΚΕΥΕΣ

1) Σωλήνες διαφορετικών διαμέτρων γεμάτοι με παχύρευστο υγρό.
2) Set γυάλινων σφαιρών με διαφορετικές διαμέτρους.
3) Μικρόμετρο και διαστημόμετρο.
4) Χρονόμετρο.
5) Ζυγός με βερνιέρο.
6) Πυκνόμετρο σε βαθμούς Baumé.

8.4 ΘΕΩΡΙΑ

Έστω ότι σφαίρα διαμέτρου **d** και πυκνότητας $\boldsymbol{\rho_\sigma}$ κινείται κάτω απο την επίδραση του βάρους της μέσα σε υγρό πυκνότητας $\boldsymbol{\rho_\upsilon}$ και συντελεστή ιξώδους $\boldsymbol{\eta}$. Τότε ασκούνται επάνω της εκτός απο το βάρος της **B**, η άνωση **A** και η αντίσταση **F** απο το ρευστό που σύμφωνα με τον νόμο του Stokes θα είναι:

$$F = 3\pi\eta u d \tag{8.1}$$

όπου u η ταχύτητα πτώσης της σφαίρας μέσα στο ρευστό.

Η κίνηση αρχικά είναι επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που συνεχώς αυξάνεται. Αυτό, γιατί η συνισταμένη δύναμη είναι ίση με : $F_{ολ}$= B-A-F=B-A- $3\pi\eta u d$. Όσο αυξάνει η ταχύτητα, μικραίνει η $F_{ολ}$. Μετά απο ορισμένο χρόνο η σφαίρα αποκτά σταθερή ταχύτητα (που ονομάζεται **ορική** ταχύτητα) u_o, οπότε σύμφωνα με τη σχέση (8.1) η αντίσταση απο το ρευστό είναι:

$$F = 3\pi\eta u_o d$$

Όταν η σφαίρα έχει αποκτήσει ορική ταχύτητα η συνολική δύναμη που ασκείται πάνω της είναι μηδέν, οπότε μπορούμε, από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, να υπολογίσουμε την τιμή της ταχύτητας αυτής:

$$u_o = \frac{1}{18} g d^2 \left(\frac{\rho_\sigma - \rho_\upsilon}{\eta} \right) \tag{8.2}$$

όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας και d η διάμετρος της σφαίρας.

Αν s είναι η απόσταση που διανύει η σφαίρα και t_o ο χρόνος κίνησής της τότε ο συντελεστής ιξώδους είναι ίσος με:

$$\eta = \frac{g d^2 (\rho_\sigma - \rho_\upsilon) t_o}{18 s} \tag{8.3}$$

Η ανάλυση αυτή ισχύει μόνο όταν η σφαίρα πέφτει σ’ ένα ρευστό που δεν περιορίζεται από τοιχώματα. Αν η σφαίρα πέφτει μέσα σε σωλήνα, πρέπει να λάβουμε υπόψη μας την επίδραση των τοιχωμάτων οπότε η ορική ταχύτητα γίνεται:

$$u\left(1 + k\frac{d}{D}\right) = u_o \tag{8.4}$$

όπου u_o είναι η ορική ταχύτητα για πτώση σφαίρας σε ρευστό χωρίς όρια, u είναι η παρατηρούμενη ορική ταχύτητα, k είναι μια σταθερά και D η διάμετρος του σωλήνα μέσα στον οποίο γίνεται η κίνηση της σφαίρας. Με βάση τη σχέση (8.4) μπορούμε να καταλήξουμε στην εξίσωση:

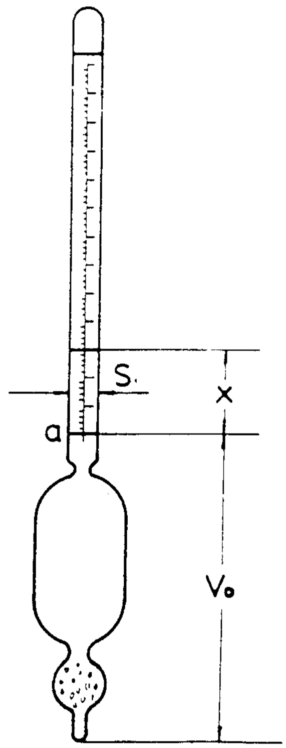
$$t = t_o + t_o k \frac{d}{D} \tag{8.5}$$

όπου t και t_o είναι αντίστοιχα οι χρόνοι πτώσης της σφαίρας μέσα σε ρευστό που περιορίζεται απο τα τοιχώματα του σωλήνα και μέσα σε ρευστό που δεν περιορίζεται απο τοιχώματα.

8.5 ΤΟ ΠΥΚΝΟΜΕΤΡΟ

Το πυκνόμετρο είναι ένας κυκλινδρικός πλωτήρας, στο κατώτερο τμήμα του οποίου έχει τοποθετηθεί έρμα, και απολήγει σε κυλινδρικό σωλήνα, που είναι βαθμολογημένος σε gr/cm^3 ή σε αυθαίρετες μονάδες.

'Οταν το πυκνόμετρο ισορροπεί βυθισμένο σε υγρό, το βάρος του Β ισούται με την άνωση Α, δηλ. με το βάρος του υγρού που εκτοπίζει. 'Εστω ότι η μέγιστη πυκνότητα υγρού, την οποία μπορεί το όργανο να μετρήσει είναι ρ_o. Σ' ένα τέτοιο υγρό το όργανο θα βυθιστεί μέχρι το κατώτερο επιτρεπτό σημείο α (Σχήμα 8.1). Αν V_o είναι ο όγκος του βυθισμένου τμήματος του οργάνου τότε:



Σχήμα 8.1

$B=V_o\rho_o g$ (8.6)

Σε υγρό με μικρότερη πυκνότητα ρ ο πλωτήρας θα βυθισθεί περισσότερο, ώστε να αυξηθεί ο όγκος του εκτοπιζόμενου υγρού. Ο όγκος του βυθισμένου τμήματος αυξάνεται κατά Sx, όπου S το εμβαδό της διατομής του κυλινδρικού σωλήνα και x το βυθισμένο τμήμα του, που βρίσκεται πάνω από το σημείο α. Τότε:

$B=(V_o+Sx)\rho g$ (8.7)

Από τις δύο αυτές σχέσεις προκύπτει:

$V_o\rho_o g=(V_o+Sx)\rho g$

ή

$$x=\frac{V_o\rho_o}{S}\cdot\frac{1}{\rho}-\frac{V_o}{S}$$

Αν χρησιμοποιηθούν δύο σταθερές:

$$C_1=\frac{V_o\rho_o}{S}$$

και

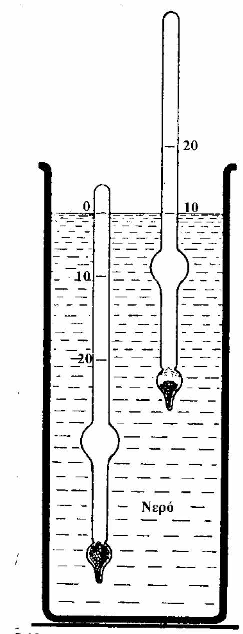
$$C_2=-\frac{V_o}{S}$$

η σχέση αυτή παίρνει τη μορφή:

$$x=\frac{C_1}{\rho}+C_2 \qquad (8.8)$$

Επομένως **το βυθισμένο τμήμα x του πλωτήρα στο υγρό δεν είναι ανάλογο της πυκνότητας του υγρού ρ και, όταν τα όργανα βαθμολογούνται κατ' ευθείαν σε gr/cm^3, η κλίμακα τους είναι ανισοδιάστατη.** Γεγονός που, εκτός από κατασκευαστικές δυσκολίες, προκαλεί προβλήματα κατά τη χρήση του οργάνου, γιατί είναι δύσκολη η ακριβής ανάγνωση. Γι' αυτό συχνά η βαθμολογία γίνεται με ισοδιάστατη κλίμακα σε αυθαίρετες μονάδες, τους βαθμούς Baumé, που η αντιστοιχία τους σε gr/cm^3 βρίσκεται από πίνακες ή από εμπειρική σχέση..

Συνήθως χρησιμοποιούνται οι όροι **πυκνόμετρα** και **αραιόμετρα** για όργανα που μετρούν αντίστοιχα πυκνότητες μεγαλύτερες και μικρότερες από 1gr/cm^3.



Σχήμα 8.2

Το πυκνόμετρο Baumé ερματίζεται έτσι, ώστε να βυθίζεται μέχρι το ανώτερο επιτρεπτό σημείο του κυλινδρικού σωλήνα μέσα σε αποσταγμένο νερό, όπου και σημειώνεται το "0" της κλίμακας Baumé. Μετά, βυθίζεται σε διάλυμα NaCl περιεκτικότητας 15% κατά βάρος. Στο επίπεδο που ορίζει η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού σημειώνεται η ένδειξη 15. Το διάστημα 0-15 χωρίζεται σε 15 ίσα μέρη. Η κλίμακα αυτή επεκτείνεται ισοδιάστατα προς τα κάτω.

Το αραιόμετρο Baumé ερματίζεται έτσι, ώστε μέσα σε διάλυμα NaCl 10% w/w, να βυθίζεται μέχρι το κάτω άκρο του κυλινδρικού σωλήνα όπου σημειώνεται το "0" της κλίμακας αραιών βαθμών Baumé. Μετά βυθίζεται σε αποσταγμένο νερό και στο αντίστοιχο επίπεδο σημειώνεται η ένδειξη 10 της κλίμακας, που φυσικά βρίσκεται πάνω από την έδειξη 0. Το διάστημα 0-10 χωρίζεται πάλι σε 10 ίσα μέρη και η βαθμολογία επεκτείνεται ισοδιάστατα προς τα πάνω.

Στο σχήμα 8.2 φαίνονται το πυκνόμετρο και το αραιόμετρο, τα οποία είναι ταυτόχρονα βυθισμένα μέσα σε νερό.

Χαρακτηριστικές περιπτώσεις αραιομέτρου και πυκνομέτρου είναι το οινοπνευματόμετρο και το γαλακτόμετρο.

Με το οινοπνευματόμετρο μπορούμε να μετρήσουμε την επι τοις % κατ' όγκον περιεκτικότητα σε οινόπνευμα των αλκοολούχων ποτών. Το οινοπνευματόμετρο μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο σε υγρά τα οποία αποτελούνται απο νερό και οινόπνευμα. Για να μετρήσουμε λοιπόν την κατ' όγκον περιεκτικότητα, ενός κρασιού για παράδειγμα αποστάζουμε το κρασί και στο οινόπνευμα προσθέτουμε απεσταγμένο νερό μέχρι να πάρουμε συνολικό όγκο ίσο με τον αρχικό όγκο του κρασιού που αποστάξαμε. Εαν στο μείγμα αυτό βυθίσουμε το οινοπνευματόμετρο και πάρουμε μια ένδειξη π.χ 20 αυτό σημαίνει ότι 20 % του όγκου του όλου μείγματος είναι οινόπνευμα. Αν το οινοπνευματόμετρο χρησιμοποιηθεί απευθείας στο κρασί δεν θα έχουμε ακριβή ένδειξη γιατί το κρασί δεν περιέχει μόνο οινόπνευμα και νερό αλλά και κάποια άλλα συστατικά.

Το γαλακτόμετρο χρησιμοποιείται για να μετράμε την πυκνότητα του γάλακτος και μάλιστα μας δίνει μεγάλη ακρίβεια.

8.6 ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΑΣΚΗΣΕΩΣ

1) Να μετρηθεί η διάμετρος d πέντε σφαιρών με το μικρόμετρο και να υπολογισθούν:

-η μέση τιμή $\overline{d}$

-οι διαφορές $\delta d_i = \overline{d} - d_i$

-τα τετράγωνα των διαφορών $(\delta d_i)^2$

Τα αποτελέσματα να γραφούν σε Πίνακα παρόμοιο με τον Πίνακα 8.1.

Πίνακας 8.1

α/α	d_i	$\bar{d}$ (mm)	δd_i (mm)	$(\delta d_i)^2$ (mm^2)
1				
2				

2) Με βάση τον παραπάνω πίνακα να υπολογιστεί το σφάλμα $\delta\bar{d}$ της μέσης τιμής της διαμέτρου των σφαιρών. Το αποτέλεσμα να γραφεί με τη μορφή: $\bar{d} \pm \delta\bar{d}$.

3) Να ζυγιστούν και οι πέντε σφαίρες μαζί. Θεωρήστε ότι το σφάλμα $\delta m_{ολ}$ είναι αντίστοιχο με τη σταθερά του βερνιέρου του ζυγού.

4) Θεωρήστε ότι η μάζα της κάθε σφαίρας είναι ίση με την μέση μάζα. Βρείτε το $\delta\bar{m}$, το οποίο να θεωρηθεί ως σφάλμα για την μάζα της κάθε σφαίρας.

5) Από τη σχέση

$$\bar{\rho}_\sigma = \frac{6\bar{m}}{\pi\bar{d}^3}$$

να βρεθεί η μέση πυκνότητα του υλικού της σφαίρας:

6) Να βρεθεί το σφάλμα της μέσης τιμής της πυκνότητας της σφαίρας από τη σχέση:

$$\delta\bar{\rho}_\sigma = \bar{\rho}_\sigma\left(\frac{\delta\bar{m}}{\bar{m}} + 3\frac{\delta\bar{d}}{\bar{d}}\right)$$

7) Να μετρηθεί η εσωτερική διάμετρος D του στενότερου σωλήνα μια φορά με την βοήθεια του διαστημόμετρου. Υποθέστε ότι στη μέτρησή σας δεν υπάρχει σφάλμα.

8) Με το πυκνόμετρο να βρεθεί, σε βαθμούς Baumé, η πυκνότητα του υγρού και στην συνέχεια με τη βοήθεια της σχέσης:

$$\rho_\upsilon = \frac{145}{145 - \beta\alpha\vartheta\mu o\iota \quad Baume}$$

υπολογίστε την πυκνότητα σε gr/cm^3 . Παίρνοντας σφάλμα διακριτικής ικανότητας ίσο με: δB= $\pm$0,5 βαθμοί, να υπολογίσετε το σφάλμα $\delta\rho_\upsilon$. Το αποτέλεσμα να γραφεί με τη μορφή: $\rho_\upsilon \pm \delta\rho_\upsilon$.

9) Να αφεθούν οι σφαίρες να πέσουν μία-μία στο σωλήνα με το υγρό. Να σημειωθούν οι χρόνοι, που χρειάζονται οι σφαίρες να διανύσουν το διάστημα s μεταξύ των δύο γραμμών. Να υπολογισθεί

-η μέση τιμή $\bar{t}$

-οι διαφορές $\delta t_i = \bar{t} - t_i$

-τα τετράγωνα $(\delta t_i)^2$ των δt_i

Τα αποτελέσματα να γραφούν σε κατάλληλο πίνακα.

10) Να υπολογιστεί το σφάλμα της μέσης τιμής του χρόνου. Γράψτε το αποτέλεσμα : $\bar{t} \pm \delta\bar{t}$.

11) Να γίνει η διαδικασία που περιγράφεται στα βήματα 1 - 10 για όλους τους διαφορετικούς συνδιασμούς σφαιρών και σωλήνων που έχετε στην διάθεσή σας.

12) Χαράξτε με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων την γραφική παράσταση του χρόνου με το πηλίκο d/D ($\bar{t} = f(d/D)$).

13) Υπολογίστε την τετμημένη επι την αρχή της προηγούμενης γραφικής παράστασης που είναι ο χρόνος t_0 .

14) Χρησιμοποιώντας τη σχέση (8.3) υπολογίστε το συντελεστή ιξώδους της γλυκερίνης αν s = ... cm και g = 9.81 m/sec^2 .(το t_o να αντικατασταθεί από την εργ.13)

15) Να υπολογίσετε το σφάλμα του ιξώδους.

$$\delta\overline{\eta} = \overline{\eta}\left(2\frac{\delta\overline{d}}{\overline{d}} + \frac{\delta\overline{\rho}_\sigma}{\overline{\rho}_\sigma - \rho_\upsilon} + \frac{\delta\rho_\upsilon}{\overline{\rho}_\sigma - \rho_\upsilon} + \frac{\delta\overline{t}_0}{\overline{t}_0}\right)$$

16) Θεωρήστε σαν t_o το χρόνο πτώσης για τη σφαίρα με το μεγαλύτερο λόγο d/R και υπολογίστε την τιμή του συντελεστού ιξώδους απο τη σχέση (8.3).

17) Να συκρίνετε τη τιμή που βρήκατε στα βήματα 14 και 16 με την τιμή της βιβλιογραφίας. Βοηθά η διόρθωση που εισαγάγει η σχέση (8.4).

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Εξηγείστε γιατί η σφαίρα αποκτά ορική ταχύτητα κατά την πτώση της μέσα στο ρευστό;

2) Γιατί δεν μετράμε το χρόνο από τη στιγμή που η σφαίρα εισέρχεται στη γλυκερίνη αλλά απο κάποιο σημείο και μετά;

3) Πώς μπορούμε να ξεχωρίσουμε ενα πυκνόμετρο από ένα αραιόμετρο;

4) Τι περιμένετε να συμβεί με το συντελεστή ιξώδους, αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία της γλυκερίνης;

5) Ποιό απο τα όργανα του σχήματος 8.2 θα χρησιμοποιήσουμε ως πυκνόμετρο και ποιό ώς αραιόμετρο και γιατί;

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1) F. Tyler, *A Laboratory Manual of Physics*. Edward Arrnold (Publishers) 1981.

2) Δ. Μεντζαφός, *Ειδικά Κεφάλαια Φυσικής για Φοιτητές των Γεωπονικών Επιστημών*. Εκδόσεις Α. Σταμούλης 1997.

3) Δ. Μεντζαφός, Α. Χούντας, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής*. Ανωτάτη Γεωπονική Σχολή Αθηνών 1997.